Matboj – Attomat

22.04.2021

Vzorové riešenia

Kategórie 7, 8, 9, Sekunda, Tercia, Kvarta, Open

p-mat

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

EURÓPSKA ÚNIA

Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje.

Úloha 01. Rómeo a Júlia

Rómeo a Júlia sa radi stretávajú a rozprávajú v parku. Obom trvá cesta do parku 20 minút a cesta z parku tiež 20 minút. Počas oboch ciest sa nestretnú. Obaja ale majú rodičov, ktorí im dovolia byť vonku najviac hodinu. Koľko najviac minút sa môžu rozprávať v parku, aby sa stihli vrátiť domov včas?

Výsledok: 20
Riešenie: Rómeo a Júlia musia ísť 20 minút do parku. Zároveň sa musia vrátiť domov, takže musia znova prejsť rovnakú cestu, ktorá im trvá 20 minút. Dohromady im cesta do parku a z parku bude trvať 20 + 20 = 40 minút. Keďže hodina, za ktorú sa musia vrátiť, má 60 minút, tak sa rozprávať môžu 60 - 40 = 20 minút.

Úloha 02. Obľúbené čísla

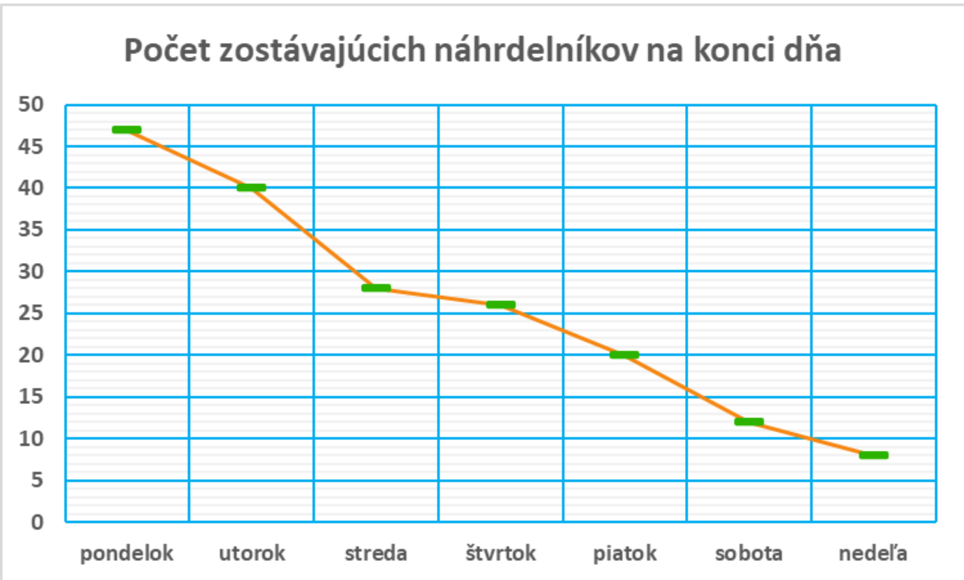
Sara obľubuje čísla, ktoré sú násobkom aspoň 3 rôznych prirodzených čísel. Napríklad má rada číslo 30, pretože je násobkom čísel 2, 3, 6 a niekoľkých ďalších čísel. Ktoré z týchto čísel Sara obľubuje?

a) 48 *b) 49* *c) 50* *d) 51*
Poznámka: Pozor! Viac odpovedí môže byť správnych!

Výsledok: a); b); c); d)
Riešenie: Pozrime sa na jednotlivé možnosti:
a) Číslo 48 je násobkom 1, 2, 3 a niekoľkých ďalších čísel.
b) Číslo 49 je násobkom 1, 7 a 49.
c) Číslo 50 je násobkom 1, 2, 5 a niekoľkých ďalších čísel.
d) Číslo 51 je násobkom 1, 3, 17 a 51.
Každé z čísel 48, 49, 50 a 51 je tak násobkom aspoň troch rôznych čísel. Preto sú všetky možnosti správne.

Úloha 03. Náhrdelníky

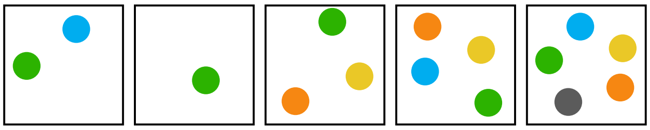
Betka sa rozhodla si trochu privyrobiť. Vyrobila 50 náhrdelníkov a išla ich predať. Predávala ich na trhu a zakaždým, keď sa vrátila domov, zapísala si, koľko náhrdelníkov jej ešte zostalo. Z týchto čísel potom vytvorila graf na obrázku. V ktorý deň predala Betka najviac náhrdelníkov?



Výsledok: streda
Riešenie: Graf zobrazuje počty náhrdelníkov po každom dni. Počet náhrdelníkov, ktoré predala Betka v jeden deň, zistíme tak, že odčítame počet náhrdelníkov na konci daného dňa od počtu náhrdelníkov na konci predošlého dňa. Betka preto predala 3 náhrdelníky v pondelok, 7 v utorok, 12 v stredu, 2 vo štvrtok, 6 v piatok, 8 v sobotu a nakoniec 4 náhrdelníky v nedeľu. Vidíme, že Betka predala najviac náhrdelníkov v stredu.

Úloha 04. Farebné guľôčky

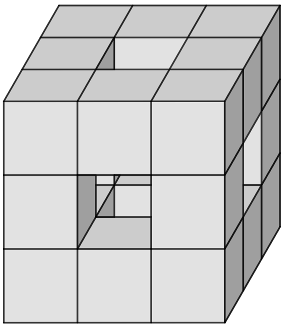
Ivka má 5 krabíc s farebnými guľôčkami ako na obrázku. V krabici na ľavom kraji je teda len jedna modrá a jedna zelená guľôčka. V krabici na pravom kraji je zase 5 guľôčok rôznych farieb: modrá, zelená, oranžová, žltá a šedá. Ivka postupne vyberala guľôčky z týchto krabíc tak, že jej napokon v každej krabici zostala jediná guľôčka. V každej krabici zostala guľôčka inej farby. Akú farbu mala guľôčka, ktorá zostala v krabici na pravom kraji?



Výsledok: šedá
Riešenie: Ivka mala nakoniec v každej z piatich krabíc guľôčku inej farby. Keďže Ivkine guľôčky majú práve 5 rôznych farieb, guľôčka každej farby musela zostať v niektorej z krabíc. Čiže aj guľôčka šedej farby. Guľôčka tejto farby sa nenachádza v žiadnej inej krabici ako v tej na pravom kraji. Preto v krabici na pravom kraji zostala šedá guľôčka.

Úloha 05. Polepené kocky

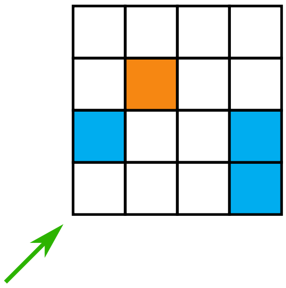
Kubo vyhrabal na povale krabicu s kockami a sekundové lepidlo. Rozhodol sa kocky zlepiť do útvaru na obrázku. Z koľkých kociek sa skladal tento útvar?



Výsledok: 20
Riešenie: Kubov útvar je skoro kocka. Keby to bola celá kocka, tak by bola tvorená z $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ malých kociek. Kubovmu útvaru ale chýba malá kocka úplne v strede a malé kocky v strede každej zo 6 stien. Kubov útvar sa tak skladá z $27 - 1 - 6 = 20$ malých kociek.

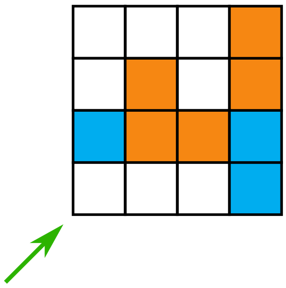
Úloha 06. Vykopávka

Z pyramídy v Gíze vytiahli archeológovia tabuľku na obrázku. Z hieroglyfov prečítali, že treba zafarbiť jej políčka tak, aby v každom riadku aj v každom stĺpci boli presne 2 modré a 2 oranžové políčka. Koľko modrých políčok bude na diagonále označenej šípkou?

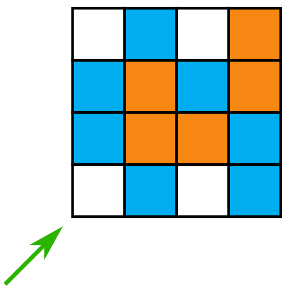


Výsledok: 1

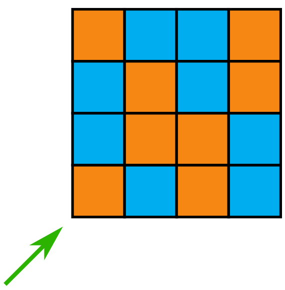
Riešenie: V treťom riadku aj v poslednom stĺpci sú už dve modré políčka. Zvyšné políčka v nich tak musia byť oranžové:



Podobnú situáciu sme teraz dostali v druhom riadku aj v druhom stĺpci, kde máme po dve oranžové políčka. Zvyšné políčka v nich preto zafarbime namodro:



Z rovnakého dôvodu teraz zafarbime zvyšné políčka v poslednom riadku a v prvom stĺpci naoranžovo. Rovno zafarbime aj posledné zostávajúce políčko namodro:



Na označenej diagonále sa tak nachádza 1 modré políčko.

Úloha 07. Digitálne hodinky

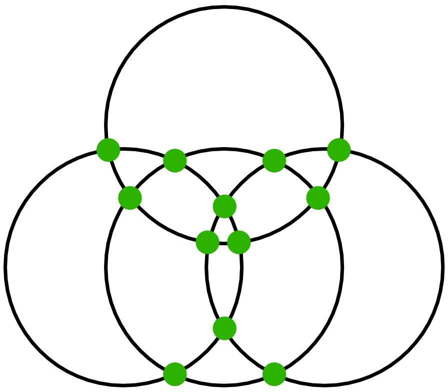
Tete sa pozrela na svoje hodinky a zbadala na nich čas 20:21. Hneď sa zamyslela. O koľko minút nastane najbližší moment, že na hodinkách budú tieto štyri cifry, ale v inom poradí?

Výsledok: 41
Riešenie: Jediný ďalší moment, v ktorom sú na hodinkách rovnaké cifry počas 20. hodiny, je 20:12. Tento čas však už bol. Poďme sa teda pozrieť, kedy nastanú takéto momenty počas 21. hodiny. Na hodinkách je 21 na mieste hodín a nepoužité cifry sú ešte 0 a 2. Tieto cifry budú na hodinkách v dvoch prípadoch 21:02 a 21:20, z ktorých nastane skôr čas 21:02. Najbližší moment, kedy budú na hodinkách rovnaké cifry v inom poradí, nastane o 41 minút.

Úloha 08. Štyri kružnice

Peťo si na papier nakreslil štyri rôzne kružnice. Potom Peťo vyznačil všetky body, v ktorých sa niektoré dve kružnice pretínali. Koľko najviac bodov mohol Peťo vyznačiť?

Výsledok: 12
Riešenie: Dve rôzne kružnice sa môžu pretínať v najviac dvoch bodoch. Teoreticky by sa takto mohla pretínať každá zo šiestich dvojíc kružníc. Priesečníkov by tak mohlo byť najviac $6 \cdot 2 = 12$. Na obrázku vidíme, že ich môže byť 12, takže Peťo mohol vyznačiť najviac 12 bodov.



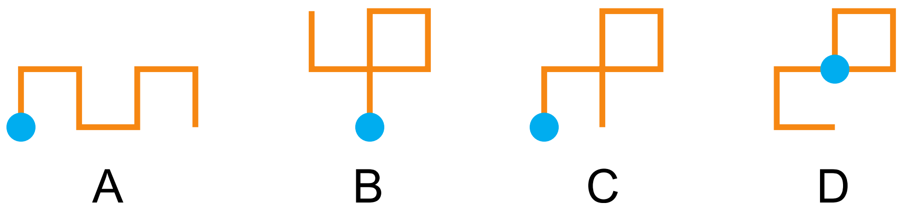
Úloha 09. Zaujímavý útvar

Podľa Stana je zaujímavým útvarom trojuholník, ktorý má najdlhšiu stranu trikrát dlhšiu ako najmenšiu a zároveň má najväčší vnútorný uhol trikrát väčší ako najmenší vnútorný uhol. Je útvar so stranami dlhými 3 cm, 5 cm a 9 cm zaujímavý útvar?

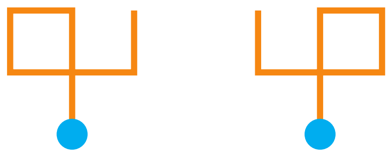
Výsledok: Nie
Riešenie: Pre dĺžky strán každého trojuholníka musí platiť trojuholníková nerovnosť. Tá hovorí, že súčet dĺžok každých dvoch strán musí byť väčší ako dĺžka tretej strany. Pri stranách dĺžky 3 cm, 5 cm a 9 cm neplatí trojuholníková nerovnosť, pretože 3 cm + 5 cm < 9 cm. Preto útvar so stranami dlhými 3 cm, 5 cm a 9 cm nie je trojuholník, a teda nemôže byť ani zaujímavým útvarom.

Úloha 10. Robot

Kubo preprogramoval svojho robota. Robot teraz počúva len na symboly □ a ■. Keď Kubo zadá robotovi niektorý z týchto dvoch symbolov, tak sa robot posunie o 2 cm a otočí sa doľava alebo doprava. To, ktorým smerom sa robot otočí, závisí od toho, ktorý symbol mu Kubo zadá. Kubo ale zabudol, ktorý symbol je ktorý. Aj tak robota položil na modrú bodku a zadal mu □■■■□□■. Na ktorom z obrázkov môže byť zaznačený robotov pohyb?



Výsledok: B
Riešenie: Nakreslime si dva obrázky podľa toho, ktorý symbol znamená, že sa robot otočí doľava. Ak sa robot otočí doľava po zadaní symbolu □, tak bude robotov pohyb vyzerať ako na obrázku vľavo. V druhom prípade bude vyzerať ako na obrázku vpravo:



Keď budeme niektorý z týchto obrázkov otáčať, tak jediný obrázok, ktorý dostaneme, je ten v možnosti B. Robotov pohyb tak môže byť zaznačený iba na obrázku B.

Úloha 11. Zabudnuté heslo

Samko opäť zabudol svoj PIN kód na odomknutie mobilu. Pre tento prípad si ale vytvoril divnú pomôcku. Tá znela takto: "Napíš si na papier svoje obľúbené štvorciferné číslo, ktoré sa končí cifrou 0. Pod neho napíš toto číslo bez cifry 0 na konci. Keď tieto dve čísla na papieri sčítaš, dostaneš číslo 6237. Keď ich od seba odčítaš, dostaneš svoj PIN kód." Aký PIN kód odomyká Samkov mobil?

Výsledok: 5103
Riešenie: Na papieri budú dve čísla. Jedno je štvorciferné a jedno trojciferné. Štvorciferné číslo na papieri vieme dostať z toho trojciferného tak, že trojcifernému číslu pripíšeme na koniec nulu. To zodpovedá tomu, že by sme ho vynásobili číslom 10. Súčet trojciferného a štvorciferného čísla preto bude rovný 1 + 10 = 11-násobku trojciferného čísla. Trojciferné číslo je preto 6237 : 11 = 567 a štvorciferné 5670. Ich rozdiel je 5670 - 567 = 5103. Samkov mobil odomyká kód 5103.

Úloha 12. Nudné úkony

Tete dnes prestalo baviť sčítavať, odpočítavať či násobiť. Tak sa rozhodla vytvoriť vlastný matematický úkon a nazvala ho tetelenie. Postup Tete pri tetelení bol nasledovný:
Zobrala si dve čísla. Od väčšieho čísla postupne odpočítavala menšie číslo. Pritom si na papier zapisovala medzivýsledky postupného odčítania. Medzivýsledky, ktoré boli menšie ako menšie číslo z dvojice, už nezapísala. Na koniec zapísané medzivýsledky sčítala a to bol jej výsledok tetelenia. Napríklad pri tetelení čísiel 17 a 4 si zapísala čísla 13, 9 a 5, lebo 17 - 4 = 13; 13 - 4 = 9; 9 - 4 = 5; 5 - 4 = 1 a číslo 1 už nezapísala lebo 1 < 4. Potom konečný výsledok tetelenia je 13 + 9 + 5 = 27.
Keď Tete prestalo baviť aj tetelenie, napadla jej otázka. O koľko je výsledok tetelenia čísiel 100 a 9 väčší alebo menší ako výsledok tetelenia čísiel 100 a 8?

a) Oba výsledky sú rovnaké.
b) Výsledok tetelenia 100 a 9 je o 90 väčší.
c) Výsledok tetelenia 100 a 9 je o 67 menší.
d) Výsledok tetelenia 100 a 9 je o 22 menší.

Výsledok: c)
Riešenie: Číslo 100 je väčšie ako 9, preto musíme od 100 postupne odpočítavať 9. Zapíšeme si medzivýsledky 91, 82, 73, 64, 55, 46, 37, 28, 19 a 10. Číslo 1 už nezapíšeme, lebo je menšie ako 9. Výsledok tetelenia čísel 100 a 9 je súčet všetkých zapísaných medzivýsledkov 91 + 82 + 73 + 64 + 55 + 46 + 37 + 28 + 19 + 10 = 505. Rovnako si zapíšeme a sčítame medzivýsledky pri tetelení 100 a 8, teda 92 + 84 + 76 + 68 + 60 + 52 + 44 + 36 + 28 + 20 + 12 = 572. Výsledok tetelenia 100 a 9 je menší, a to o 572 - 505 = 67. Správna odpoveď je preto c).

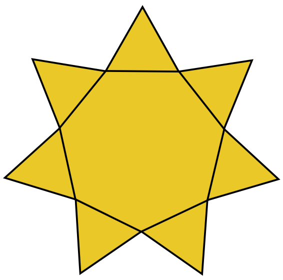
Úloha 13. Záznamčeky

Čeky sa učí na písomku a chce si pozrieť záznam z online hodiny, ktorý trvá 90 minút. Keďže učivo pre ňu nie je nové, pozerá prednášku dvojnásobnou rýchlosťou. Avšak na riešené úlohy, ktorým treba poriadne rozumieť, je toto tempo prirýchle. Preto si Čeky po každej úlohe na 7 minút zastaví záznam a zopakuje si jej riešenie, aby mu dokonale rozumela. Koľko najviac úloh mohlo byť na hodine, aby sa takéto pozeranie oplatilo viac ako pozeranie normálnou rýchlosťou bez zastavovania?

Výsledok: 6
Riešenie: Čeky trvá pozeranie záznamu dvojnásobnou rýchlosťou 90 : 2 = 45 minút. Aby sa takéto pozeranie oplatilo viac ako normálne pozeranie bez zastavovania, môže Čeky zastaviť záznam na najviac 45 minút. Vieme, že zopakovať si riešenie jednej úlohy jej trvá 7 minút, a teda za 45 minút stihne najviac 6 úloh. Ak by bolo na hodine už 7 úloh, záznam by mala zastavený 7 · 7 = 49 minút. Čiže celkové pozeranie by jej trvalo 45 + 49 = 94 minút, teda o 4 minúty viac ako normálne pozeranie. Na hodine mohlo byť najviac 6 úloh.

Úloha 14. Slnečné lúče

Jožko lepil kúsky farebného papiera do tvaru slnka. Najprv nalepil pravidelný sedemuholník s obvodom 28 cm. Ku každej strane tohto sedemuholníka prilepil rovnostranný trojuholník. Aký obvod má Jožkovo slnko v centimetroch?



Výsledok: 56
Riešenie: Obvod slnka je zložený zo 14 strán rovnostranných trojuholníkov, ktorých dĺžka strany je rovnaká ako dĺžka strany sedemuholníka. Obvod sedemuholníka je zložený zo 7 takýchto strán. Z toho vyplýva, že Jožkovo slnko bude mať dvakrát väčší obvod ako obvod sedemuholníka. Jožkovo slnko má obvod 2 · 28 cm = 56 cm.

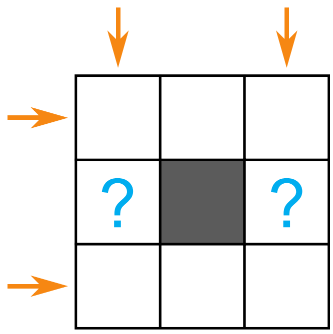
Úloha 15. Klamať sa nemá

Dominika sa rozhodla, že v pondelky, stredy a štvrtky bude hovoriť iba pravdivé vety a v zvyšné dni bude každá jej veta nepravdivá. V nejaký deň v týždni povedala: "Zajtra budem hovoriť iba pravdu. Predošlú vetu by som mohla povedať aj včera." V ktorý deň v týždni toto Dominika povedala?

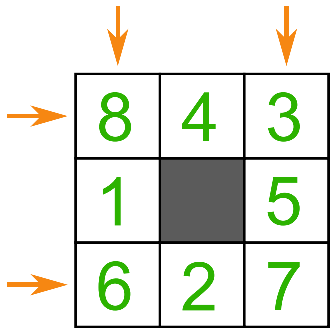
Výsledok: piatok
Riešenie: Pozrime sa, čo by znamenalo, keby Dominika povedala vety zo zadania v deň, keď hovorí pravdu. Podľa prvej vety by v nasledujúci deň hovorila tiež pravdu. Taktiež by mohla povedať "zajtra budem hovoriť pravdu" aj v predošlý deň. Táto veta by bola pravdivá, a tak by ju mohla povedať iba ak by v ten deň hovorila iba pravdu. To znamená, že v nejaké 3 po sebe idúce dni by Dominika hovorila iba pravdu. Také 3 dni ale neexistujú.
To znamená, že Dominika musela povedať tieto vety v deň, keď hovorí nepravdivé vety. Preto je nepravdivé to, že v nasledujúci deň bude hovoriť iba pravdu. Takže v nasledujúci deň bude hovoriť tiež nepravdivé vety. Zároveň, ak by v predošlý deň povedala "zajtra budem hovoriť iba pravdu", tak by táto veta musela byť nepravdivá. Avšak Dominika nemohla v predošlý deň povedať túto vetu (veta, že ju mohla povedať, je totiž nepravdivá), a tak v tento deň musela hovoriť iba pravdu.
Dominika tak povedala vety v taký deň, keď hovorila nepravdivé vety, a pritom deň predtým hovorila pravdu a deň potom hovorila nepravdu. Taký deň je len piatok, teda Dominika mohla vety zo zadania povedať iba v piatok.

Úloha 16. Samolepky

Myšel má 8 samolepiek, na ktorých sú napísané čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8. Chcela by ich nalepiť do políčok na obrázku. Do každého políčka nalepí Myšel jednu samolepku. Chce to spraviť tak, aby súčty čísel vo všetkých štyroch radoch naznačených šípkami boli rovnaké a čo najväčšie. Akú hodnotu bude mať súčet čísel v štvorčekoch s otáznikmi?



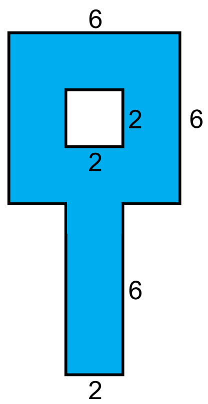
Výsledok: 6
Riešenie: Spočítajme súčet čísel vo všetkých radoch naznačených šípkami. Ak je číslo v štvorčeku, ktorý je v rohu, tak ho do tohto súčtu započítavame dvakrát, inak ho započítavame iba raz. Najväčší súčet čísel vo všetkých radoch tak môže byť $1 + 2 + 3 + 4 + 2 \cdot (5 + 6 + 7 + 8) = 62$. Tento súčet sa ale má rovnať 4-násobku súčtu čísel v jednotlivých radoch. Najbližšie číslo menšie ako 62, ktoré je násobkom 4, je číslo 60. Súčet čísel vo všetkých radoch tak bude mať hodnotu najviac $60 : 4 = 15$.
To vieme zabezpečiť tak, že súčet čísel v rohoch bude 24. Preto v rohoch bude buď štvorica 8, 7, 5, 4, alebo štvorica 8, 7, 6, 3. V oboch prípadoch musia byť čísla 8 a 7 v protiľahlých rohoch - v opačnom prípade by medzi nimi muselo byť číslo $15 - 8 - 7 = 0$. To ale na výber nemáme.
Ak by v rohoch bola štvorica 8, 7, 5, 4, tak medzi čísla 8 a 4 musíme dať číslo $15 - 8 - 4 = 3$ a aj medzi čísla 7 a 5 musíme dať číslo $15 - 7 - 5 = 3$. K dispozícii ale máme len jedno číslo 3. Táto možnosť tak nemôže nastať.
Ak by v rohoch bola štvorica 8, 7, 6, 3, tak už poľahky jednoznačne doplníme čísla tak, ako na obrázku:



Všetko to ešte môžeme ľubovoľne otáčať. Súčet čísel v políčkach s otáznikmi tak bude buď 1 + 5 = 6, alebo 2 + 4 = 6. Takže vieme jednoznačne povedať, že súčet čísel v políčkach s otáznikmi bude 6.

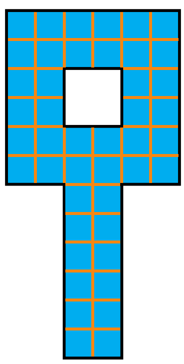
Úloha 17. Attonámestie

V Attomatove nasnežilo 30 cm snehu. Miestni obyvatelia sa rozhodli odhádzať sneh na námestí. Námestie má tvar ako na obrázku, na ktorom sú jednotlivé dĺžky vyjadrené v metroch. Koľko lopát snehu musia nabrať, ak sa na jednu lopatu zmestia 3 dm³ snehu?



Výsledok: 4400

Riešenie: Po napadnutí snehu nám vzniká hranol s výškou 30 cm a podstavou v tvare námestia. Jeho objem vypočítame vynásobením obsahu podstavy a jeho výšky. Podstavu, čiže námestie, si vieme rozdeliť na malé štvorčeky so stranou dlhou 1 m s obsahom 1 m² ako na obrázku:



Následne vieme jednoducho spočítať, že obsah námestia je 44 m², čo je 4400 dm². Premeníme si aj výšku hranola 30 cm = 3 dm a vypočítame objem hranola snehu 3 dm · 4400 dm² = 13200 dm³. Keďže vieme, že objem jednej lopaty je 3 dm³, tak počet nabratých lopát bude 13200 dm³ : 3 dm³ = 4400.

Úloha 18. Nepárne súčty

Kaja si napísala za sebou čísla 1, 2, 3, 4, 5 a 6 v nejakom poradí. Platí, že súčet každých dvoch susedných čísel je nepárny. Koľkými spôsobmi mohla Kaja napísať čísla do radu?

Výsledok: 72
Riešenie: Nepárny súčet dvojice môže vytvoriť len jedno nepárne a jedno párne číslo. Keďže súčet každých dvoch susedných čísel je nepárny, tak sa párne a nepárne čísla v Kajinom rade striedajú. Medzi napísanými číslami sú tri párne a tri nepárne. Párne čísla môžu byť v 6 rôznych poradiach – na prvom mieste máme na výber z 3 možností, na druhom z 2 možností a na poslednom mieste nemáme na výber. To isté platí aj pre nepárne čísla. Pre rad, ktorý sa začína párnym číslom, sú potom možnosti: 6 možností pre párne čísla krát 6 možností pre nepárne čísla, teda spolu 36 možností pre celý rad. To isté platí aj pre rady začínajúce nepárnym číslom. Spolu mohla Kaja napísať čísla do radu 36 + 36 = 72 spôsobmi.

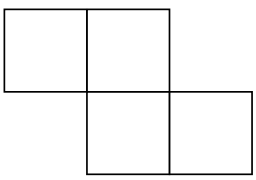
Úloha 19. Zistenie

Maťo sa narodil prvého januára nejakého roku. Keď v roku 2000 oslavoval narodeniny, uvedomil si, že jeho vek je rovný cifernému súčtu roku, v ktorom sa narodil. Koľko má dnes Maťo rokov, teda v roku 2021?

Výsledok: 40
Riešenie: Najväčší ciferný súčet roku pred rokom 2000 je 1 + 9 + 9 + 9 = 28. Maťo tak mal v roku 2000 najviac 28 rokov. Mohol sa tak narodiť v roku 2000 - 28 = 1972 a neskôr. Označme x poslednú cifru roku, v ktorom sa Maťo narodil, a rozoberme prípady podľa toho, aká cifra je na mieste desiatok.
Ak je na mieste desiatok cifra 7, tak sa Maťo narodil v roku 1970 + x. Ciferný súčet tohto roku je 17 + x a v roku 2000 má Maťo 30 - x rokov. Musí teda platiť 17 + x = 30 - x, čiže 2x = 13. To neplatí pre žiadnu cifru x.
Ak je na mieste desiatok cifra 8, tak sa Maťo narodil v roku 1980 + x. Ciferný súčet tohto roku je 18 + x a v roku 2000 má Maťo 20 - x rokov. Musí teda platiť 18 + x = 20 - x, čiže 2x = 2. Preto x = 1, a teda sa Maťo narodil v roku 1981.
Ak je na mieste desiatok cifra 9, tak sa Maťo narodil v roku 1990 + x. Ciferný súčet tohto roku je 19 + x a v roku 2000 má Maťo 10 - x rokov. Musí teda platiť 19 + x = 10 - x, čiže 2x = -9. To neplatí pre žiadnu cifru x.
Maťo sa narodil v roku 1981, a tak má v roku 2021 okrúhlych 2021 - 1981 = 40 rokov.

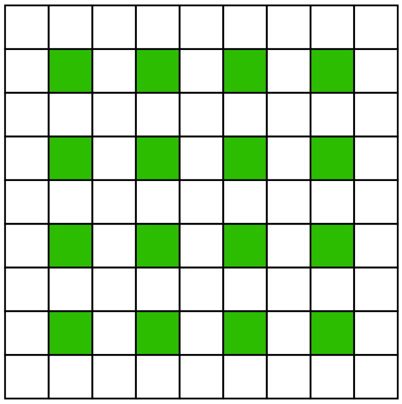
Úloha 20. Maľovanka

Aja si vyfarbuje tabuľku 9 × 9. Vyfarbuje ju nasledovne. Vezme si farbičku a vyfarbí štyri ešte neofarbené políčka tejto tabuľky tak, aby tieto políčka tvorili útvar ako na obrázku (ľubovoľne otočený či preklopený). Potom si vezme farbičku inej farby a znova vyfarbí políčka tak, aby tvorili útvar na obrázku. Toto robí až do momentu, keď už nemôže takto vyfarbiť žiadne štyri políčka. Koľko najviac rôznych farbičiek môže použiť?

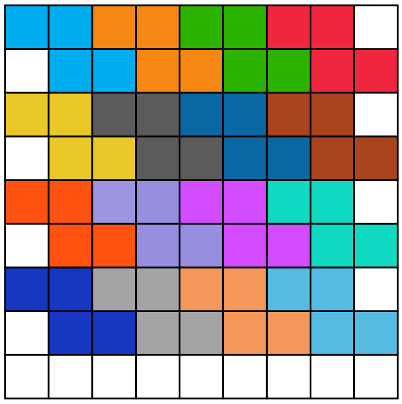


Výsledok: 16

Riešenie: Pozrime sa na zelené políčka na obrázku:



Všimnime si, že vyfarbenie každého útvaru vyfarbí práve jedno z nich. Keďže týchto políčok je 16 a žiadne dva vyfarbené útvary sa nesmú prekrývať, môžeme použiť najviac 16 farbičiek. Ľahko nájdeme príklad vyhovujúceho vyfarbenia 16 farbami:



Takto skutočne použijeme 16 farbičiek.