Matboj – Attomat

17.09.2020

Vzorové riešenia

Kategórie 7, 8, 9, Sekunda, Tercia, Kvarta, Open

Slovenská verzia

p-mat

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

EURÓPSKA ÚNIA

Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje.

Úloha 01. Monopoly

Terka hodila dvomi hracími kockami. Každá kocka má na sebe napísané čísla 1 až 6. Koľko rôznych súčtov mohli mať čísla, ktoré Terke padli na kockách?

Výsledok: 11
Riešenie: Najmenší súčet, ktorý mohla Terka dostať, je súčet 1 + 1 = 2. Na druhej strane najväčší súčet, ktorý mohla dostať, je 6 + 6 = 12. Terka navyše mohla dostať aj ľubovoľný súčet medzi číslami 2 a 12. Medzi nimi je ďalších 9 čísel, takže čísla, ktoré Terke padli na kockách, mohli mať 11 rôznych súčtov.

Úloha 02. Rast a vývin

Barborka pozoruje, ako rastie jabloň v jej záhrade. Keď ju zasadila, tak bola vysoká 5 dm. Odvtedy narastie každý rok o presne 600 mm. Dnes ubehlo presne 7 rokov, odkedy Barborka zasadila svoju jabloň. Koľko centimetrov meria Barborkina jabloň?

Výsledok: 470
Riešenie: Preveďme najprv všetky údaje na centimetre. Keď Barborka jabloň zasadila, tak bola vysoká 5 dm, teda 50 cm. Každý rok jabloň narastie o 600 mm, čiže o 60 cm. Počas siedmich rokov tak jabloň vyrástla o $7 \cdot 60$ cm = 420 cm. Teraz je preto Barborkina jabloň vysoká 50 cm + 420 cm = 470 cm.

Úloha 03. Prostredný vyhráva

Tomáš má veľmi rád trojciferné čísla, ktorých cifra na mieste desiatok je súčtom cifier na mieste jednotiek a stoviek. Ktoré najväčšie číslo má Tomáš veľmi rád?

Výsledok: 990
Riešenie: Hľadáme najväčšie trojciferné číslo, ktoré má mať nejakú vlastnosť. Aby bolo naozaj najväčšie, tak by sme chceli, aby malo na mieste stoviek cifru 9. Teraz si uvedomme, že cifra na mieste desiatok má byť súčtom cifry na mieste jednotiek a 9 (cifry na mieste stoviek). Na to máme ale jedinú možnosť, že na mieste desiatok bude cifra 9 a na mieste jednotiek 0. Akákoľvek iná cifra na mieste jednotiek by totiž spôsobila, že na mieste desiatok by musela byť cifra väčšia ako 9. A taká cifra neexistuje. Takže najväčšie číslo, ktoré má Tomáš veľmi rád, je číslo 990.

Úloha 04. Živijó!

Miška má dnes narodeniny. Na jej oslavu prišlo 8 jej kamarátov, ktorí prichádzali postupne. Každý si pri príchode tleskol s každým, kto už na oslave bol, vrátane Mišky. Koľko tlesknutí bolo počuť?

Výsledok: 36
Riešenie: Keď prišiel prvý kamarát, tak bolo počuť jediné tlesknutie – s Miškou. Druhý kamarát si už tleskol aj s Miškou, aj s prvým kamarátom, čiže s dvomi ľuďmi. Tretí kamarát si zas tleskol so všetkými, s ktorými si tleskol druhý kamarát a navyše aj s druhým kamarátom, spolu s tromi ľuďmi. Podobne si každý tleskol so všetkými ako kamarát, ktorý prišiel pred ním, a navyše aj s týmto kamarátom. Jednotliví kamaráti si tak pri príchode tleskli postupne 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8 ráz. Spolu preto bolo počuť 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 tlesknutí.

Úloha 05. Rázcestník

V stredovekom denníku sú popísané dediny v blízkosti hradu a ich vzdialenosti od hradu. Angelon je vzdialený tri obrie skoky, čo predstavuje šesťdesiat kilometrov. Baterion je vzdialený jeden obrí skok a dva obrie kroky, čo predstavuuje tridsať kilometrov. Castillon je vzdialený o dva mušie dolety menej ako jeden obrí krok, čo predstavuje tri kilometre. Dictilion je vzdialený jeden obrí skok, jeden obrí krok a jeden muší dolet. Koľko kilometrov od hradu je vzdialený Dictilion?

Výsledok: 26
Riešenie: Tri obrie skoky predstavujú vzdialenosť 60 kilometrov, takže jeden obrí skok predstavuje vzdialenosť 60 : 3 = 20 kilometrov. Ďalej jeden obrí skok a dva obrie kroky predstavujú vzdialenosť 30 kilometrov. Dva obrie kroky preto predstavujú vzdialenosť 30 - 20 = 10 kilometrov, čiže jeden obrí krok predstavuje vzdialenosť 10 : 2 = 5 kilometrov. Vzdialenosť o dva mušie dolety menšia ako jeden obrí krok je 3 kilometre. Dva mušie dolety tak predstavujú vzdialenosť 5 - 3 = 2 kilometre a jeden muší dolet preto predstavuje vzdialenosť 2 : 2 = 1 kilometer. Dictilion, ktorý je od hradu vzdialený jeden obrí skok, jeden obrí krok a jeden muší dolet, je tak vzdialený 20 + 5 + 1 = 26 kilometrov od hradu.

Úloha 06. Hudobný prieskum

Janka si spravila prieskum v škole, v ktorej nikto nehrá na inom hudobnom nástroji ako na klavíri, viole alebo base. V triedach piateho až deviateho ročníka sa Janka pýtala žiakov, na ktorom hudobnom nástroji hrajú. Zistené počty si zapísala do tabuľky, ktorú vidíš. Taktiež zistila, že každý žiak školy hrá na najviac jednom hudobnom nástroji. Ktoré z nasledujúcich tvrdení sú pravdivé?
a) Najviac žiakov hrá na klavíri.
b) Jediný ročník, v ktorom nikto nehrá na base, je 6. ročník.
c) Na hudobnom nástroji hrá viac piatakov ako deviatakov.
d) Na viole hrá viac žiakov ako na base.
e) Na nejakom hudobnom nástroji hrá spolu 46 žiakov.

	5. ročník	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
klavír	10	5	6	7	7
viola	1	0	2	2	1
basa	0	1	0	1	3

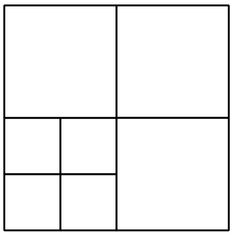
Poznámka: Pozor! Viac odpovedí môže byť správnych!

Výsledok: a), d), e)
Riešenie: Prejdime postupne jednotlivé tvrdenia a pozrime sa, či sú pravdivé:
a) Z tabuľky zistíme, že na klavíri hrá 10 + 5 + 6 + 7 + 7 = 35 žiakov, na viole 1 + 0 + 2 + 2 + 1 = 6 žiakov a na base 0 + 1 + 0 + 1 + 3 = 5 žiakov. Najviac žiakov tak naozaj hrá na klavíri. Tvrdenie a) je pravdivé.
b) Keď sa pozrieme do riadku tabuľky, ktorý zodpovedá hre na basu, zistíme, že niekto z 6. ročníka hrá na base. 6. ročník tak nemôže byť taký, že by v ňom nikto nehral na base. Tvrdenie b) je nepravdivé.
c) V tabuľke vidíme, že 10 + 1 + 0 = 11 piatakov a 7 + 1 + 3 = 11 deviatakov hrá na nejakom hudobnom nástroji. Takže na nejakom hudobnom nástroji hrá rovnako veľa piatakov ako deviatakov. Preto nie je pravda, že na nejakom hudobnom nástroji hrá viac piatakov ako deviatakov. Tvrdenie c) je nepravdivé.
d) Využime výpočty zo zisťovania, či je tvrdenie a) pravdivé. Tam sme zistili, že na viole hrá 6 žiakov a na base len 5 žiakov. To znamená, že na viole hrá viac žiakov ako na base. Tvrdenie d) je pravdivé.
e) Opäť využime výpočty z overovania tvrdenia a). Tým dostaneme, že na nejakom hudobnom nástroji hrá spolu 35 + 6 + 5 = 46 žiakov. Tvrdenie e) je pravdivé.
Dohromady zisťujeme, že pravdivé sú tvrdenia a), d), e).

Úloha 07. 7 tortičiek

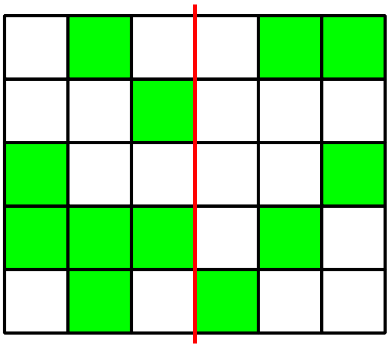
Kika má štvorcovú tortu. Chcela by ju celú rozrezať na 7 menších štvorcových tortičiek. Výsledné tortičky nemusia byť všetky rovnako veľké. Existuje spôsob, ako by sa jej to mohlo podariť?

Výsledok: áno
Riešenie: Áno, taký spôsob existuje:

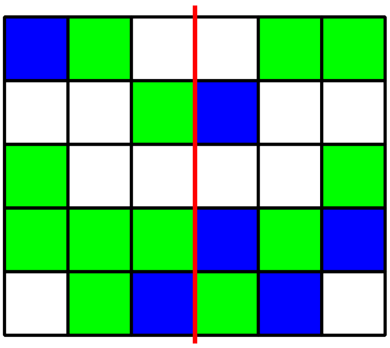


Úloha 08. Odtlačky štvorčekov

Maťo si pomocou vodových farieb nakreslil obrázok na papier. Keď si ho chcel zbaliť, tak ho preložil pozdĺž červenej čiary. Neuvedomil si ale, že farby ešte nezaschli. Preto sa mu zafarbili aj niektoré štvorčeky, ktoré zafarbené neboli. Koľko pôvodne bielych štvorčekov sa Maťovi zafarbilo nazeleno?



Výsledok: 6
Riešenie: Na obrázku si vyznačme modrou (aby sme ich vedeli ľahko spočítať) všetky štvorčeky, ktoré sa po prehnutí zafarbia:



Maťovi sa tak nazeleno zafarbí 6 štvorčekov.

Úloha 09. Hádka

Jonáš s Miškou sa rozprávajú, ktoré čísla sú podľa nich najkrajšie. Podľa Jonáša sú najkrajšie čísla, ktoré sa dajú vydeliť tromi bezo zvyšku a výsledok bude dvojciferné číslo. Podľa Mišky sú zas najkrajšie také čísla, pre ktoré platí, že keď ich vynásobí tromi, tak ako výsledok dostane dvojciferné číslo. Koľko čísel je najkrajších aj podľa Jonáša, aj podľa Mišky?

Výsledok: 2
Riešenie: Aby bolo číslo najkrajšie podľa Jonáša, musí sa dať vydeliť tromi bezo zvyšku a výsledok musí byť dvojciferné číslo. Výsledok tak musí byť aspoň 10 a pôvodný delenec aspoň $3 \cdot 10 = 30$. Aby bolo číslo najkrajšie podľa Mišky, musí jeho trojnásobok byť dvojciferné číslo, teda najviac 99. Najkrajšie číslo podľa Mišky tak musí mať hodnotu najviac $99 : 3 = 33$. Potrebujeme preto nájsť všetky čísla, ktoré sa dajú bezo zvyšku vydeliť tromi a majú hodnotu aspoň 30, no najviac 33. Také čísla sú len dve, a to čísla 30 a 33. Takže existujú iba 2 čísla, ktoré sú najkrajšie aj podľa Jonáša, aj podľa Mišky.

Úloha 10. We are the champions!

Martin bol súčasťou tímu na florbalovom turnaji. Na turnaji odohral jeho tím presne 8 zápasov. Po turnaji si Martin uvedomil, že v týchto zápasoch jeho tím dal postupne 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8 gólov. Taktiež si všimol, že vždy buď remízovali, alebo dali dvakrát viac gólov ako ich súper. Spolu ale vyhrali toľkokrát, koľkokrát remízovali. Koľko gólov dostal Martinov tím na turnaji?

Výsledok: 26
Riešenie: V zápasoch, v ktorých dal Martinov tím dvakrát viac gólov ako súper, museli streliť párny počet gólov. Odohrali 4 takéto zápasy a medzi počtami strelených gólov sú 4 párne čísla. V každom z týchto 4 zápasov tak nutne dali dvakrát viac gólov ako súper. V nich dostali $2 : 2 = 1$, $4 : 2 = 2$, $6 : 2 = 3$ a $8 : 2 = 4$ góly. V ostatných zápasoch remizovali, takže dostali 1, 3, 5 a 7 gólov. Spolu tak dostali $1 + 2 + 3 + 4 + 1 + 3 + 5 + 7 = 26$ gólov.

Úloha 11. Prírodná prechádzka

Ferdo mravec sa chce prejsť po stenách kocky s hranou dlhou 2 m. Momentálne sa nachádza v strede jednej steny kocky. Jeho prechádzka by mala vyzerať tak, že navštívi stred všetkých ostatných stien (vrátane spodnej) a vráti sa do stredu steny, na ktorej začal. Koľko najmenej metrov môže merať táto jeho prechádzka?

Výsledok: 12
Riešenie: Najkratšia vzdialenosť medzi dvomi stredmi stien je 2 m. Kocka má 6 stien a Ferdo sa potrebuje vrátiť do stredu steny, na ktorej začal. Preto Ferdo prechádza medzi stredmi stien 6-krát. Najkratšia prechádzka tak môže byť dlhá $6 \cdot 2$ m = 12 m. Tú vieme dosiahnuť napríklad tak, že ak si kocku pootočíme, aby bol na začiatku Ferdo v strede prednej steny, stačí mu prejsť po stenách takto: predná stena → ľavá stena → horná stena → zadná stena → pravá stena → spodná stena → predná stena. Ľahko si overíme, že takáto prechádzka je dlhá presne 12 m.

Úloha 12. Rozcvička

Pat a Mat boli behať. Spolu zabehli 26 kilometrov. Pat bol vytrvalejší a zabehol o 4 kilometre viac ako Mat. Koľko kilometrov zabehol Pat?

Výsledok: 15
Riešenie: Na chvíľu si odmyslime 4 kilometre, o ktoré zabehol Pat viac. Obaja v takom prípade zabehli rovnako veľa kilometrov a spolu zabehli 26 - 4 = 22 kilometrov. Každý z nich tak zabehol 22 : 2 = 11 kilometrov. Vráťme teraz Patovi 4 kilometre, o ktoré zabehol viac ako Mat. Tým zistíme, že Pat zabehol 11 + 4 = 15 kilometrov.

Úloha 13. Test

Na úspešné prejdenie testu z matematiky je potrebné získať aspoň 50 bodov z 90 možných bodov. Paľo testom úspešne prešiel. Vieme ešte i to, že počet bodov, ktoré Palo získal, je o 3 väčší ako nejaký násobok čísla 5 a o 2 väčší ako nejaký násobok čísla 6. Koľko bodov získal Paľo z testu?

Výsledok: 68
Riešenie: Čísla o 3 väčšie ako nejaký násobok 5, ktoré majú hodnotu aspoň 50 a najviac 90, sú:
53, 58, 63, 68, 73, 78, 83 a 88
Podobne čísla, ktoré sú o 2 väčšie ako nejaký násobok 6 s hodnotou medzi 50 a 90, sú:
50, 56, 62, 68, 74, 80 a 86
Vidíme, že jediné číslo, ktoré sa nachádza v oboch skupinách, je číslo 68. Takže Paľo musel z testu získať 68 bodov.

Úloha 14. Delenie obvodov

Patrik si nakreslil trojuholník ABC, pre ktorý platilo |AB| = 8 cm, |BC| = 4 cm, |CA| = 10 cm. Teraz by chcel nájsť na strane BC bod D tak, aby mali trojuholníky ABD a ACD rovnaký obvod. Akú dĺžku má mať úsečka BD v centimetroch?

Výsledok: 3
Riešenie: Obvod trouholníka ABD zistíme tak, že sčítame dĺžky úsečiek AB, AD a BD. Na druhej strane obvod trojuholníka ACD zistíme tak, že sčítame dĺžky úsečiek AC, AD a CD. Tieto obvody musia byť podľa zadania rovnaké. Oba obvody ale obsahujú dĺžku úsečky AD, ktorú tak môžeme z podmienky o rovnakých obvodoch vynechať. Dostaneme, že má platiť |AB| + |BD| = |AC| + |CD|. Zo zadania vieme ale dĺžky úsečiek AB a AC. Preto dostávame |BD| - |CD| = |AC| - |AB| = 10 cm - 8 cm = 2 cm. Takže úsečka BD má byť o 2 cm dlhšia ako úsečka CD. Spolu ale tieto úsečky tvoria úsečku BC, ktorá má podľa zadania dĺžku 4 cm. Jediný spôsob, ako rozdeliť 4 cm dlhú úsečku na dve úsečky, z ktorých jedna je o 2 cm dlhšia, je taký, že dlhšia úsečka bude mať dĺžku 3 cm a kratšia dĺžku 1 cm. Úsečka BD má preto mať dĺžku 3 cm.

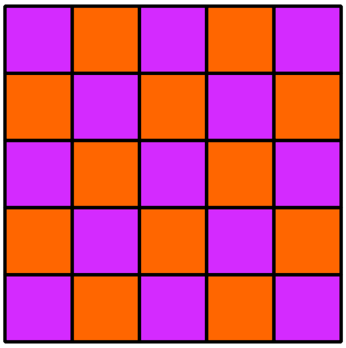
Úloha 15. Farebné guľôčky

Filip má vo vrecúšku 100 guľôčok. Každá piata guľôčka je modrá, ostatné sú červené. Koľko červených guľôčok musí dať Aničke, aby z tých guľôčok, čo mu zostanú, bola každá štvrtá modrá?

Výsledok: 20
Riešenie: Každá piata guľôčka je modrá. Filip preto musí mať vo vrecúšku 100 : 5 = 20 modrých guľôčok. Aby bola každá štvrtá guľôčka modrá, musí byť vo vrecúšku 4 · 20 = 80 guľôčok. Filip tak musí dať Aničke 100 - 80 = 20 červených guľôčok.

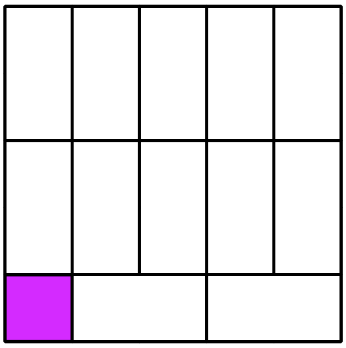
Úloha 16. Prefarbovanie

Laura má doma v kúpelni podlahu tvorenú 12 oranžovými a 13 fialovými kachličkami tak, ako vidíš na obrázku. Rozhodla sa ju však prefarbiť. Vždy si vyberie jednu oranžovú a jednu fialovú kachličku, ktoré spolu susedia stranou, a prefarbí ich na nejakú inú farbu. Takto bude pokračovať až kým jej nezostane jediná fialová kachlička, ktorú už neprefarbí. Koľko zo všetkých 13 fialových kachličiek môže Laure zostať ako posledná fialová kachlička, ktorú už neprefarbí?

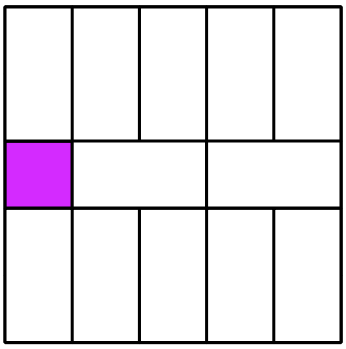


Výsledok: 13

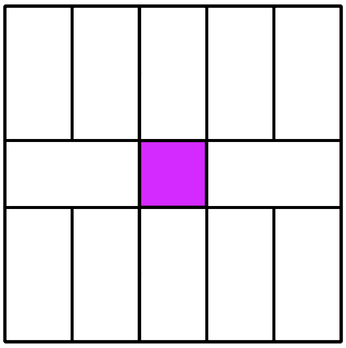
Riešenie: Ukážeme, že Laure môže zostať každá z 13 fialových kachličiek. Pre každú kachličku nám na to stačí nájsť spôsob, ako môže Laura prefarbovať kachličky, aby zostala zrovna daná fialová kachlička. Začnime tým, že nájdeme spôsob, ako zostane kachlička v ľavom dolnom rohu:



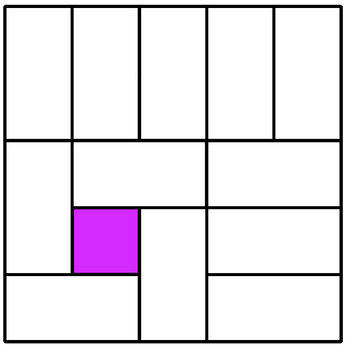
Otáčaním vieme z tohto spôsobu dostať aj spôsoby, v ktorých zostanú zvyšné fialové kachličky v rohoch. Spôsob uloženia kachličiek v tomto prípade nás navyše môže inšpirovať k tomu, ako prefarbovať, aby zostala jedna z kachličiek na kraji v strede:



Znova nám stačí toto otáčať, aby sme dostali aj spôsoby, aby zostali zvyšné fialové kachličky na krajoch. Z tohto spôsobu sa navyše dá nájsť aj spôsob, ako môže na konci zostať kachlička úplne v strede:



Zostávajú nám už len zvyšné 4 fialové kachličky. Ale aj k nim sa dá nájsť spôsob prefarbovania, aby zostala niektorá z týchto. Jeden z možných spôsobov je napríklad tento, prípadne pre zvyšné kachličky nejako pootočený:



Tým pádom sme pre každú fialovú kachličku ukázali, že Laura vie prefarbovať kachličky tak, aby neprefarbila iba ju. Preto môže Laure zostať ktorákoľvek z 13 fialových kachličiek.

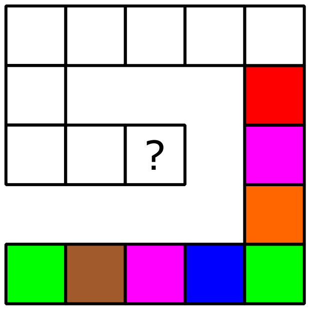
Úloha 17. Prekladateľ Peťo

Peťo si z papiera vystrihol obdĺžnik. Dvakrát ho preložil napoly. Dostal tak obdĺžnik so stranami dlhými 5 cm a 6 cm. Aký najväčší obvod v centimetroch mohol mať Peťov pôvodný obdĺžnik?

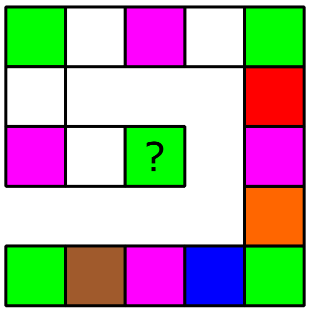
Výsledok: 58
Riešenie: Zakaždým, keď Peťo preloží papier napoly, skráti tým dĺžku jednej strany na polovicu. Každá zo strán pôvodného obdĺžnika sa tak mohla najviac dvakrát skrátiť na polovicu. Keď si povieme, koľkokrát sa ktorá strana skracovala, vieme určiť dĺžky strán pôvodného obdĺžnika. Ak sa dvakrát skracovala strana, ktorá má teraz dĺžku 5 cm, tak pôvodný obdĺžnik mal rozmery $4 \cdot 5$ cm = 20 cm a 6 cm. Ak sa každá strana skracovala raz, tak pôvodný obdĺžnik mal rozmery $2 \cdot 5$ cm = 10 cm a $2 \cdot 6$ cm = 12 cm. Napokon ak sa dvakrát skracovala strana, ktorá má teraz dĺžku 6 cm, tak pôvodný obdĺžnik mal rozmery 5 cm a $4 \cdot 6$ cm = 24 cm. V jednotlivých prípadoch tak mohol mať pôvodný Peťov obdĺžnik obvod postupne 20 cm + 6 cm + 20 cm + 6 cm = 52 cm, 10 cm + 12 cm + 10 cm + 12 cm = 44 cm a 5 cm + 24 cm + 5 cm + 24 cm = 58 cm. Takže Peťov pôvodný obdĺžnik mal obvod najviac 58 cm.

Úloha 18. Človeče, otlač sa

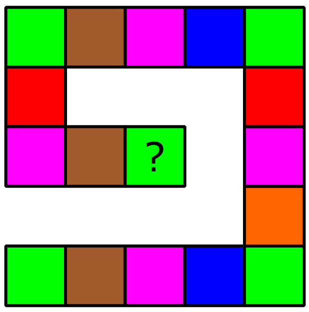
Dávid sa hrá s kockou. Tá má každú stenu ofarbenú inou farbou. Vždy, keď táto kocka stojí nejakou stenou na papieri, tak sa farba tejto steny kocky otlačí na papier. Dávid si nakreslil plánik, po ktorom kotúľa svoju kocku. Môžeš vidieť, ako táto kocka zafarbila niekoľko prvých políčok plánika. Akou farbou sa zafarbí políčko označené otáznikom?



Výsledok: b) zelenou
Riešenie: Na začiatku stála kocka na svojej zelenej stene. Po každých dvoch otočeniach v rovnakom smere sa kocka otočí na stenu, ktorá je presne oproti. Preto je oproti zelenej stene fialová stena a po ďalších dvoch otočeniach sa dostaneme naspäť na zelenú stenu. Vďaka tomuto vieme na Dávidovom plániku vyplniť niektoré políčka zelenou alebo fialovou farbou:

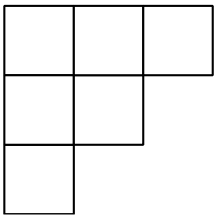


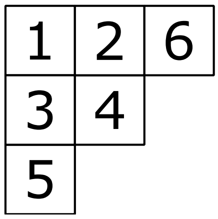
To nám navyše určí aj farbu políčka označeného otáznikom. Bez toho, aby sme zistili farby v ostatných políčkach, tak vieme povedať, že políčko označené otáznikom sa zafarbí b) zelenou farbou.
Poznámka: Zvyšné políčka sa zafarbia tak, ako na tomto obrázku:



Úloha 19. Rastúce štvorčeky

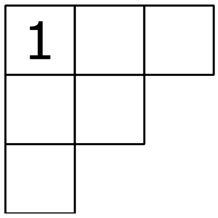
Panda má doma plánik ako na obrázku a 6 kartičiek s číslami 1 až 6. Panda by ich chcel umiestniť do tohto plániku tak, aby v každom riadku rástli čísla zľava doprava a v každom stĺpci rástli čísla zhora nadol. Jedno také umiestnenie čísel do plánika vidíš na obrázku. Koľkými rôznymi spôsobmi môže Panda umiestniť čísla do plánika?





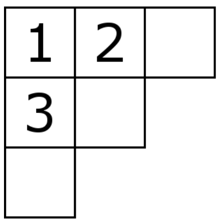
Výsledok: 16

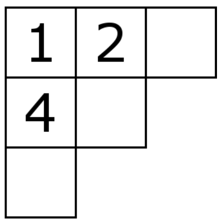
Riešenie: Na úvod sa zamyslime, ktoré číslo musí byť v prvom riadku a prvom stĺpci. Ku každému číslu v tabuľke vieme od neho prísť tak, že pôjdeme doprava v riadku alebo dole v stĺpci. Takže všetky čísla v tabuľke musia byť od neho väčšie. To nás núti, že to musí byť číslo 1:



Pozrime sa, kam môžeme umiestniť číslo 2. Musí to byť na niektoré z dvoch políčok, ktoré susedia s políčkom s číslom 1. V opačnom prípade by totiž existovalo políčko, v ktorom by muselo byť číslo väčšie ako 1, ale menšie ako 2. Také číslo však k dispozícii nemáme.

Okrem čísla 2 môžeme do políčok susediacich s políčkom s číslom 1 dať iba čísla 3 a 4. Ak by sme tam totiž dali číslo 5 alebo 6, tak by sme nemali dostatočne veľa čísel pre políčka napravo a dole od tohto políčka. Máme preto dve možnosti, aká dvojica čísel môže byť v políčkach susediacich s políčkom s číslom 1:





Rozoberme dva prípady podľa toho, aká dvojica čísel tam je:

Prípad 1.) S číslom 1 susedia čísla 2 a 3.

V tomto prípade môžeme čísla 4, 5 a 6 umiestniť do zvyšných políčok ľubovoľne. Pre prázdne políčko v prvom riadku budeme mať 3 možnosti, pre prázdne políčko v druhom riadku 2 možnosti a pre zvyšné políčko 1 možnosť. Spolu teda máme $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ možností, ako rozmiestniť čísla 4, 5 a 6. Takéto rozmiestnenia máme pre ľubovoľné umiestnenie čísel 2 a 3 v políčkach susediacich s políčkom s číslom 1. Umiestnenia čísel 2 a 3 sú dve, a preto máme v prípade 1 presne $2 \cdot 6 = 12$ možností.

Prípad 2.) S číslom 1 susedia čísla 2 a 4.

V tomto prípade musia byť čísla 5 a 6 v políčkach napravo a pod políčkom s číslom 4. Na to máme 2 možnosti. Číslo 3 sa potom jednoznačne umiestni do zvyšného políčka. Navyše máme podobne ako v prípade 1 spolu 2 možnosti, ako umiestniť čísla 2 a 4. V prípade 2 máme preto $2 \cdot 2 = 4$ možnosti. Keď spočítame vyhovujúce možnosti v prípadoch 1 a 2, tak zistíme, že máme $12 + 4 = 16$ možností na vyplnenie tabuľky.

Úloha 20. Rýchlik na tretej koľaji

Bum a Moško stoja na nástupišti na vlakovej stanici tak, že sa opierajú chrbtami. O chvíľu pôjde okolo nich vlak, ktorý pôjde stále rovnakou rýchlosťou. V momente, keď je začiatok vlaku na úrovni Bum a Moška, začnú kráčať opačnými smermi, pričom Bum pôjde v smere vlaku a Moško proti smeru vlaku. Bum spravila 40 krokov, kým ju minul koniec vlaku. Moško spravil 30 krokov, kým okolo neho prešiel koniec vlaku. Bum a Moško majú rovnakú dĺžku aj rýchlosť kroku. Koľko Moškových krokov je dlhý vlak?

Výsledok: 240

Riešenie: V momente, keď aj Moško a aj Bum spravili 30 krokov, sú obaja od seba vzdialení 30 + 30 = 60 krokov. Okolo Bum tak musí prejsť ešte taká dĺžka vlaku, ktorá zodpovedá dĺžke 60 krokov. Táto dĺžka okolo nej má prejsť za jej zvyšných 40 - 30 = 10 krokov. To znamená, že vždy, keď Bum prejde 10 krokov, tak okolo nej prejde taká dĺžka vlaku, ktorá zodpovedá dĺžke 60 jej krokov. Preto keď prejde 4 · 10 = 40 krokov, tak okolo nej prejde taká dĺžka vlaku, ktorá zodpovedá dĺžke 4 · 60 = 240 jej krokov. Za týchto 40 Buminých krokov ale prešiel okolo Bum celý vlak. Preto je vlak dlhý 240 Buminých, a teda aj Moškových krokov.