Attomat

16.04.2020

Vzorová řešení

Kategorie 7, 8, 9, Sekunda, Tercie, Kvarta, Open

Česká verze

Úloha 01. Hrst dukátů

Klenotník byl nakupovat na trhu. Za tři zlaté cihličky zaplatit šedesát dukátů. Za jednu zlatou a dvě stříbrné cihličky zaplatil třicet dukátů. Za jednu stříbrnou cihličku zaplatil tři dukáty a dvě měděné cihličky. Potom si klenotník koupil jednu zlatou, jednu stříbrnou a jednu měděnou cihličku. Kolik dukátů zaplatil za tyto tři cihličky?

Výsledek: 26
Řešení: Tři zlaté cihličky stojí 60 dukátů. Jedna zlatá cihlička tedy stojí 60:3=20 dukátů. Zlatá cihlička a dvě stříbrné stojí 30 dukátů, a tedy dvě stříbrné cihličky stojí 30-20=10 dukátů. Jedna stříbrná cihlička má proto cenu 10:2=5 dukátů. Stříbrná cihlička má hodnotu tří dukátů a dvou měděných cihliček. Dvě měděné cihličky tedy mají hodnotu 5-3=2 dukáty, tedy jedna má hodnotu 2:2=1 dukát. Klenotník proto zaplatí za jednu zlatou, jednu stříbrnou a jednu měděnou cihličku dohromady 20+5+1=26 dukátů.

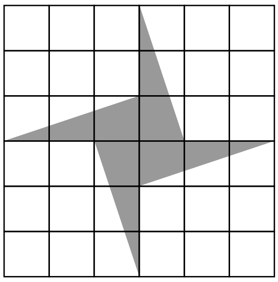
Úloha 02. Setkání dle kalendáře

V místnosti se potkalo několik lidí. Vtom někdo pravdivě poznamenal: „Žádní dva z nás se nenarodili v stejném měsíci.“ Kolik nejvíce lidí mohlo být v této místnosti?

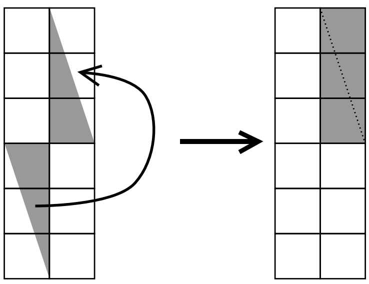
Výsledek: 12
Řešení: Aby mohl danou větu někdo říct, musí být každý měsíc narození zastoupený nejvíce jedním člověkem. Zjevně umíme zabezpečit, aby byl každý měsíc zastoupený přesně jedním člověkem. Protože měsíců je 12, tak v místnosti může být nejvíc 12 lidí.

Úloha 03. Barevná vrtulky

Laura si nakreslila do čtverečkové sítě vrtulku, kterou vidíš na obrázku. Na zabarvení jednoho čtverečku této čtverečkové sítě by spotřebovala 20 gramů barvy. Kolik gramů barvy spotřebovala na zabarvení celé vrtulky?



Výsledek: 120
Řešení: Všimněme si, že vrtulka je tvořená čtyřmi stejnými trojúhelníky. Dva takové trojúhelníky dohromady zabírají tři čtverečky čtverečkové sítě.



Čtyři trojúhelníky tak zabírají 6 čtverečků čtverečkové sítě. Protože na zabarvení jednoho čtverečku je potřeba 20 gramů barvy, na zabarvení celé vrtulky je potřeba 6·20=120 gramů barvy.

Úloha 04. **Pestrá úloha**

Augustin si vymyslel nový typ čísel - pestrá čísla. Pestré číslo je násobkem sedmičky, má všechny cifry různé a součet jeho cifer je sudý. Které z těchto čísel je pestré?

a) 25046 *b) 13279* *c) 8637* *d) 4585*

Výsledek: b) 13279
Řešení: Projděme si jednotlivé možnosti:
a) Tohle číslo nemá sudý součet cifer -> nemůže být pestré.
b) Tohle číslo je násobkem sedmičky (13279=7·1897), má všechny cifry různé a součet jeho cifer je sudý (22) -> toto číslo je pestré.
c) Tohle číslo není násobkem sedmičky (nejbližší násobky jsou 8638=7·1234 a 8631=7·1233) -> nemůže být pestré.
d) Tohle číslo nemá všechny cifry různé (má dvakrát cifru 5) -> nemůže být pestré.
Jediné pestré číslo z nabízených možností je b) 13279.

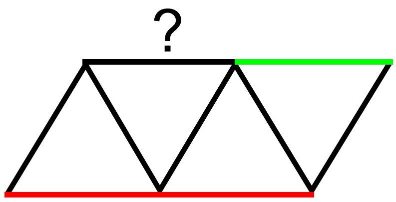
Úloha 05. **Kamionista - matematik**

Řidič kamionu se podíval, kolik najezdil kilometrů. Zjistil, že jich najezdil 219912. Všiml si, že tohle číslo je palindrom, tedy je stejné, pokud ho přečte zepředu i pokud ho přečte zezadu. Kolik kilometrů musí ujet, aby znova dostal palindrom?

Výsledek: 110
Řešení: Jediný šesticiferný palindrom, který začíná ciframi 219, je palindrom 219912. Proto určitě nedostaneme nějaký větší palindrom dřív, než po změně prvního trojčíslí. Nejbližší první trojčíslí je 220, kterým začíná jen šesticiferný palindrom 220022. Aby řidič kamionu dostal tento palindrom, musí ujet ještě 220022-219912=110 kilometrů.

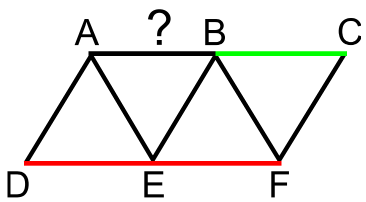
Úloha 06. **RGB trojúhelníky**

Matouš přebarvuje úsečky na obrázku tak, aby v každém trojúhelníku byla jedna strana červená, jedna zelená a jedna modrá. Tři úsečky už přebarvil. Jakou barvu může mít úsečka označená otazníkem?

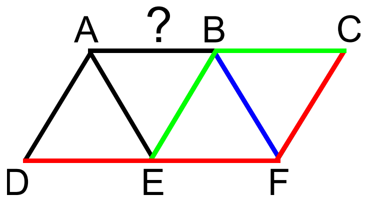


a) červenou *b) zelenou* *c) modrou* *d) nedá se určit*

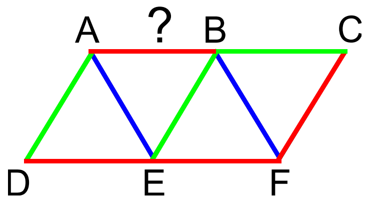
Výsledek: a) červenou
Řešení: Označme si vrcholy trojúhelníků tak, jako na tomto obrázku:



Podívejme se na úsečku BF. Ta je součástí dvou trojúhelníků - BCF a BEF. Jelikož je součástí trojúhelníku BCF, který má stranu BC zelenou, tak úsečka BF nemůže být zelená. Také nemůže být ani červená, protože trojúhelník BEF má červenou stranu EF. Úsečka BF tak musí být modrá. Snadno nyní doplníme, že úsečka CF musí být červená a úsečka BE zelená. Dostaneme tak situaci jako na tomto obrázku:



Nyní se zaměřme na úsečku AE, která je součástí trojúhelníků ABE a ADE. Jelikož trojúhelník ABE má stranu BE zelenou, tak AE nemůže být zelená. Současně nemůže být ani červená, protože trojúhelník ADE má stranu DE červenou. Proto musí být úsečka AE modrá. Opět snadno dostaneme, že úsečka AD je zelená a úsečka AB červená. Tím dostáváme situaci jako na tomto obrázku:



Úsečka označená otazníkem tedy musí být a) červená.

Úloha 07. Číslo navíc

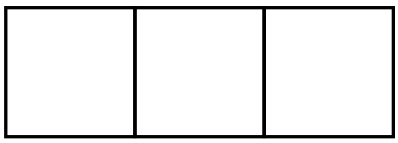
Katka si napsala na papír dvojciferné číslo. Když ho vydělila číslem 9, dostala nějaký podíl a zbytek 1. Když ho vydělila číslem 10, také dostala nějaký podíl, ale tentokrát zbytek 3. Jaké číslo si Katka napsala na papír?

Výsledek: 73
Řešení: Katčino číslo dává zbytek 3 po vydělení desíti. To znamená, že když od něho odečteme 3, tak dostaneme nějaký násobek desítky. Každý násobek desítky končí cifrou 0. Proto, když přičteme zpátky 3, dostaneme, že Katčino číslo končí cifrou 3. Zaroveň je ale dané, že Katčino číslo dává zbytek 1 po vydělení devíti. Tedy když od něho odečteme 1, dostaneme násobek devítky. Po odečtení 1 dostaneme dvojciferné číslo, které má na místě jednotek cifru 3-1=2. Hledáme proto dvojciferný násobek devítky, který má na místě jednotek cifru 2. Dvojciferné násobky devítky jsou 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Z nich má na místě jednotek cifru 2 jen číslo 72. Katčino číslo dostaneme, pokud k tomuto číslu opět zpátky přičteme 1. Katka si tak na papír napsala číslo 72+1=73.

Úloha 08. Dort pro kamarády

Kika upekla dort ve tvaru obdélníku. Rozkrájela ho na tři stejné čtvercové kousky. Každý z těchto kousků měl obvod 36 cm. Jaký byl obsah celého dortu?

Výsledek: 243 cm^2
Řešení: Dort rozkrájený na kousky vypadá tak, jako na tomto obrázku:



Protože má každý ze čtvercových kousků obvod 36 cm, má každá jeho strana délku 36:4=9 cm. Každý z těchto kousků má obsah $9 \cdot 9 = 81$ cm^2. Celý dort tak má obsah $3 \cdot 81 = 243$ cm^2.

Úloha 09. Výprodej koláčů

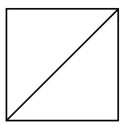
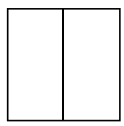
V obchodě prodávají koláče. První zákazník koupil polovinu všech koláčů a ještě jeden koláč, druhý koupil polovinu zbytku a ještě jeden koláč, třetí polovinu zbytku po druhém a ještě jeden koláč a takto to pokračovalo dále. Sedmý zákazník si koupil polovinu zbytku po šestém a ještě jeden koláč. Po něm už v obchodě nezůstaly žádné koláče. Kolik koláčů bylo v obchodě na začátku?

Výsledek: 254
Řešení: Postupujme odzadu. Na konci bylo v obchodě 0 koláčů.
Před sedmým zákazníkem jich muselo být (0+1)·2=2.
Před šestým zákazníkem jich muselo být (2+1)·2=6.
Před pátým zákazníkem jich muselo být (6+1)·2=14.
Před čtvrtým zákazníkem jich muselo být (14+1)·2=30.
Před třetím zákazníkem jich muselo být (30+1)·2=62.
Před druhým zákazníkem jich muselo být (62+1)·2=126.
Před prvním zákazníkem jich muselo být (126+1)·2=254.
Na začátku tak bylo v obchodě 254 koláčů.

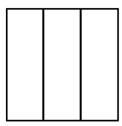
Úloha 10. Čtverec sedmerák

Lukáš si nakreslil čtverec. Teď dumá, zda je možné ho rozdělit na přesně 7 částí, které budou stejné svým tvarem i velikostí. Je možné čtverec takto rozdělit?

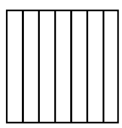
Výsledek: ano
Řešení: Přemýšlejme, jak bychom rozdělili čtverec na dvě stejné části. Nejjednodušší způsoby, které nás můžou napadnout, jsou rozdělit ho po uhlopříčce, nebo po čáře spojující protilehlé středy stran.

Na dvě části to tedy jde. Co tak rozdělit ho na tři stejné části? Pokud zkusíme napodobit druhý ze způsobů rozdělení na dvě části, dostaneme, že to jde rozdělením na tři stejné pruhy:



Tento postup umíme zopakovat i při rozdělení na 7 stejných částí a dokonce i při rozdělení na libovolný počet částí. Tím dostáváme, že čtverec se dá vskutku rozdělit na 7 stejných částí a to takto:



Úloha 11. Basketbal

Erik hrál basketbal a počítal si body. V basketbale se dají hodit koše za 2, anebo 3 body. Erik hodil 42 košů. Kolik různých počtů bodů mohl získat?

Výsledek: 43
Řešení: Pokud by Erik hodil všechny koše za 2 body, získal by dohromady $2 \cdot 42 = 84$ bodů. Pokaždé, když bychom změnili nějaký dvoubodový koš za tříbodový, dostali bychom o jedna větší počet bodů. Proto pokud bydeme postupně měnit počty hozených tříbodových košů z 0 na 42, dostane pokaždé větší počet bodů. Takže všechny počty bodů, které takto dostaneme, budou navzájem různé. Každý počet hozených tříbodových košů tak znamená jeden různý počet bodů, které mohl Erik získat. Zároveň tím dostáváme všechny situace, které mohly nastat. Různých počtů tříbodových košů, které mohl Erik trefit, je 43 (0 až 42). Takže i různých počtů Erikových bodů je 43.

Úloha 12. Kdo je špion?

Čtyři chlapci hrají hru. Jeden jde za dveře a zbylí tři se dohodnou, kdo bude špion. Špion lže a ostatní mluví pravdu. Potom se ten za dveřmi vrátí a může se jich ptát, kdo je špion. Chlapci mu odpověděli takhle:
Adam: „Braňo je špion.“
Braňo: „Cyril je jistě špion.“
Cyril: „Adam určite není špion.“
Kdo je špion?

a) Adam *b) Braňo* *c) Cyril* *d) nedá se určit*

Výsledek: b) Braňo
Řešení: Zamysleme se, co to znamená, když někdo o někom řekne, že je špion. Pokud to říká špion, tak to říká o někom, kdo není špion. Pokud to říká někdo, kdo není špion, tak to říká o špionovi. V obou případech to znamená, že nejsou na stejných stranách. Nyní se podívejme, co to znamená, když se řekne, že někdo není špion. Pokud to řekne špion, tak to řekne o špionovi. Pokud to řekne někdo, kdo není špion, tak to řekne o někom, kdo není špion. V obou případech to znamená, že jsou na stejných stranách. Z tohoto a z výroků chlapců vyplývá, že buď jsou špioni Adam s Cyrilem, nebo je špion Braňo. Jelikož je ale jen jeden z nich špion, tak to musí být b) Braňo.

Úloha 13. Hry v kostky

Augustin s Peťou hrají doma hru s 20stěnnými kostkami. Na každé takové kostce může padnout číslo 1 až 20. Oba najednou hodí svoji kostku a vyhraje ten, komu padne větší číslo. Remíza nastane, pokud oběma padne stejné číslo. V kolika ze všech možných případů vyhraje Peťa?

Výsledek: 190
Řešení: Na to, aby mohl někdo vyhrát, musela být čísla na kostkách rozdílná. To znamená, že ke každému z 20 čísel, které mohou padnout na Augustinově kostce, musí na Petině kostce padnout některé ze zbylých 19 čísel. To se může stát $20 \cdot 19 = 380$ způsoby. Každá dvojice čísel, kterou takto dostaneme, má ale své dvojče - pokud hodili oba ta samá čísla, ale mají je vyměněná (například pokud Augustin hodil 4 a Peťa 7, tak dvojče k tomu je, že Augustin hodil 7 a Peťa 4). Z každých dvojčat vyhrála Peťa přesně jednou. Peťa tak umí vyhrát v polovině případů, když na kostkách padla různá čísla. Tedy přesně v $380:2=190$ případech.

Úloha 14. Honza ve škole nevysedával

Honza dostal z matematiky 10 známek. Vypočítal si, že má průměr známek přesně 2. Kolik nejvíc jedniček mohl dostat?
Poznámka: V Honzově škole známkují známkami 1, 2, 3, 4 a 5.

Výsledek: 7
Řešení: Připomeňme si, jak vypočítáme průměr známek. Sečteme všechny známky a vydělíme je počtem všech známek. Z toho plyne, že součet všech známek Honzy je $10 \cdot 2=20$. Kdyby dostal Honza 8 jedniček, tak i kdyby dostal dvě pětky, tak by měl součet známek nejvíc $8+2 \cdot 5=18$. Proto určitě nedostal víc než 7 jedniček. Zjistíme, zda mohl Honza dostat 7 jedniček. To se stát mohlo, protože dostat součet známek $20-7=13$ na zbylé tři známky umíme. Dokonce to umíme dvěma způsoby - trojicí známek 4, 4, 5 a trojicí známek 3, 5, 5. Honza tedy mohl dostat nejvíce 7 jedniček.

Úloha 15. Pár matematiků

Majo si napsal prvních 2020 sudých přirozených čísel a všechna je sečetl. Nina si napsala prvních 2020 lichých přirozených čísel a také je všechna sečetla. O kolik byl Majův součet větší než Ninin součet?

Výsledek: 2020
Řešení: Rozdělme si čísla do dvojic. S každým sudým číslem dáme do dvojice liché číslo, které je o jedna menší. První dvojice budou tedy vypadat takto: (2, 1), (4, 3), (6, 5) a tak dále. Pokud takto popárujeme všechna čísla, která někdo z dvojice Majo a Nina započítal do svého součtu, dostaneme 2020 dvojic, přičemž skončíme dvojicí (4040, 4039). Každý taková dvojice má tu vlastnost, že první z čísel v dvojici započítal do svého součtu Majo a druhé Nina. Zároveň je první číslo vždy o 1 větší než to druhé. Majo tak dostane o 1 větší součet za každou takovou dvojici. Dvojic je 2020, a tak dostane Majo o 2020 větší součet.

Úloha 16. Model z kostek

Dan má 27 kostek s hranou dlouhou 1 cm. Chce je slepit do jednoho tělesa tvořeného všemi 27 kostkami. Slepí je tak, aby se každé 2 dotýkající se kostky dotýkaly celou stěnou. Jaký největší povrch může mít vzniklé těleso?

Výsledek: 110 cm^2
Řešení: Aby mělo vzniklé těleso co největší povrch, musíme co nejméně z povrchu jednotlivých kostek použít jako stěny, kterými jsou kostky slepené dohromady. Vždy, když lepíme nějaké dva kousky k sobě, použijeme dvě stěny kostek na slepení. Stěn, které musíme takto slepit, je určitě aspoň 26. Dohromady tak na slepení musíme použít aspoň $2 \cdot 26=52$ stěn. Použít jen 52 stěn umíme tak, že vyskládáme všechny kostky na sebe, čímž vytvoříme jakýsi sloup. Všechny kostky měly spolu $6 \cdot 27=162$ stěn. Takže slepený útvar má na svém povrchu nejvíce $162-52=110$ stěn. Každá stěna má obsah $1 \cdot 1=1$ cm^2, a tak je největší možný povrch vzniklého tělesa $110 \cdot 1=110$ cm^2.

Úloha 17. Kopa čar

Patrik si nakreslil obdélník ABCD, v kterém platilo |AB| = 48 cm a |BC| = 30 cm. Na straně CD zvolil body E a F tak, že úhly EAD a FBC měly velikost 45°. Jaká byla délka úsečky EF?

Výsledek: 12 cm
Řešení: Zjistěme velikost úhlů v trojúhelníku EAD. Ze zadání víme, že úhel EAD má velikost 45°. Navíc z toho, že úhel ADE je jeden z úhlů při vrcholu obdélníku, víme, že je pravý - má velikost 90°. Proto má úhel AED velikost 180°-90°-45°=45°. Úhly EAD a AED tak mají stejnou velikost, což znamená, že trojúhelník AED je rovnoramenný se základnou AE. Platí proto |AD|=|DE|. Ale z toho, že AD je stranou obdélníku, dostáváme |DE|=|AD|=|BC|=30 cm. Navíc platí |CD|=|CE|+|DE|, protože E je bod na straně CD. Odtud dostáváme |CE|=|CD|-|DE|=48-30=18 cm.
Opakováním podobných úvah pro bod F a rovnoramenný trojúhelník BFC dostáváme, že také |DF|=18 cm. Z těchto délek víme, že body E a F leží na úsečce CD v pořadí C, E, F, D. Proto musí platit |CD|=|CE|+|EF|+|DF|. Odtud už lehce vyjádříme |EF|=|CD|-|CE|-|DF|=48-18-18=12 cm.

Úloha 18. V té pravé chvíli

Ludmila se doma nudila, a tak pozorovala ručičkové hodiny. Zaujalo ji, že hodinová ručička právě svírala s tou minutovou pravý úhel. Proto ji napadla otázka: Kolikrát za den nastane situace, kdy obě ručičky svírají pravý úhel?

Výsledek: 44
Řešení: Podívejme se na to, jak se vzájemně pohybují ručičky mezi dvěma momenty, kdy se překrývají. Nejdřív minutová ručička zvětšuje úhel, který svírá s hodinovou, až dokud nejsou přímo proti sobě. Potom zase zmenšuje tento úhel až do doby, než se opět překryjí. V průběhu zvětšování úhlu bude mít tento úhel všechny velikosti od 0° po 180° - tedy určitě bude mít jednou velikost 90°. Podobně když se úhel zmenšuje z 180° na 0°, tak jednou musí mít velikost 90°. V čase mezi momenty, kdy se minutová s hodinovou ručičkou překrývají, tak svírají ručičky pravý úhel dvakrát.
Zůstává vypočítat, kolikrát za den se ručičky překrývají. Překrývají se přesně o půlnoci. Za 24 hodin se stihne minutová ručička otočit 24krát, zatímco hodinová jen 2krát. Minutová ručička tak musí 24-2=22krát dohnat hodinovou, přičemž poslední dohnání nastane až v následujícím dni. To ale nemění nic na tom, že je 22 časových úseků, v kterých nastanou dva momenty, kdy ručičky svírají pravý úhel. Proto ručičky svírají pravý úhel 2·22=44krát za den.

Úloha 19. Dělení pošty

Pošťák Pat má doručit dopisy na ulici, na které je 50 domů. Na severní straně ulice jsou domy s lichými čísly 1, 3, 5 a tak dále až po 49. Naproti každému z těchto domů se vždy nachází dům, kterého číslo je dvojnásobkem čísla domu, naproti kterému stojí. Na jižní straně ulice jsou tak domy s čísly 2, 6, 10 a tak dále až po 98. Pro každý z domů má Pat tolik dopisů, kolik má dané číslo dělitelů. Kolik dopisů má Pat doručit na této ulici?

Výsledek: 204
Řešení: Podívejme se nejdřív na čísla domů na severní straně. Ke každému z čísel si napišme, kolik má dělitelů:

1 -> 1	11 -> 2	21 -> 4	31 -> 2	41 -> 2
3 -> 2	13 -> 2	23 -> 2	33 -> 4	43 -> 2
5 -> 2	15 -> 4.	25 -> 3	35 -> 4	45 -> 6
7 -> 2	17 -> 2	27 -> 4	37 -> 2	47 -> 2
9 -> 3	19 -> 2	29 -> 2	39 -> 4	49 -> 3

Dohromady tak mají 68 dělitelů. Teď se podívejme na jižní stranu, kde mají domy čísla, která jsou dvojnásobky těch na severní straně. Všimněme si, jaký je vztah mezi počtem dělitelů lichého čísla a počtem dělitelů jeho dvojnásobku. Dvojnásobek lichého čísla má všechny dělitele, které má původní liché číslo. Navíc má jako dělitele i dvojnásobky dělitelů původního lichého čísla. Ty jsou dokonce všechny různé od dělitelů původního lichého čísla, protože jsou sudé a liché číslo má nutně jen liché dělitele. Dvojnásobek daného lichého čísla tak má dohromady dvakrát víc dělitelů než liché číslo - stejné jako liché číslo a jejich dvojnásobky. Čísla domů na jižní straně proto mají dohromady $2 \cdot 68 = 136$ dělitelů. Dohromady mají všechna čísla domů $68+136=204$ dělitelů, takže Pat má doručit 204 dopisů.

Úloha 20. Diamantová liga

Na závodech ve sprintu je 25 závodníků. Každý závodník zaběhne sprint za stejný čas, ale žádní dva závodníci ho nezaběhnou za ten stejný čas. Chceme jim spravedlivě rozdat medaile za první tři místa. Máme k dispozici jen jednu běžeckou dráhu pro 5 závodníků. Čas neumíme měřit. Kolik nejméně závodů musíme uspořádat, aby jsme s jistotou věděli, kdo z nich je nejrychlejší, kdo je druhý nejrychlejší a kto je třetí nejrychlejší?

Výsledek: 7

Řešení: Nejprve ukážeme, že stačí 7 závodů. Rozdělme sprintery na pět pětic a každou pětici nechme odběhnout jeden závod - celkem 5 závodů. V každém ze závodů dostaneme nějaké pořadí. Do dalšího závodu nasadíme vítěze z každého z těchto pěti závodů. Opět dostaneme nějaké pořadí - označme si pořadí těchto sprinterů ABCDE, kde A je nejrychlejší a E je nejpomalejší. A je jistě nejrychlejší sprinter ze všech. Podívejme se, kdo má ještě šanci být mezi třemi nejlepšími:

►Z pětice, která na začátku běžela s A, to jsou ti, kteří tehdy skončili na nejhůře třetím místě (první tři jsou totiž jistě lepší).
►Z pětice, která na začátku běžela s B, to jsou ti, kteří tehdy skončili na nejhůře druhém místě (první dva a A jsou určitě lepší).
►Z pětice, která na začátku běžela s C, to je pouze C (A, B, C jsou totiž lepší).
►Ze zbývajících pětic to není nikdo (A, B, C jsou lepší).

Zůstalo nám tak šest sprinterů a o jednom z nich (A) už víme, že je nejrychlejší ze všech. Stačí nám tak udělat závod mezi zbylými pěti a první dva z tohoto závodu budou určitě druhý a třetí nejrychlejší. Takže opravdu stačilo 7 závodů.

Dále ukážeme, že to nejde určit na 6 závodů. Na to, abychom o sprinterovi uměli alespoň něco říct, musí se zúčastnit alespoň jednoho závodu. Kromě takových 25 "povinných účastí" nám zůstane už jen 5 "nepovinných účastí", když je v závodě někdo, kdo už závodil. Ukážeme, že těchto 5 "nepovinných účastí" musíme využít k tomu, abychom našli nejrychlejšího.
Nazvěme "výborným" sprintera, o kterém ještě nemáme informaci, že by byl pomalejší než někdo jiný. Každý závod způsobí to, že někdo bude v tom momentě "výborný", a proto musíme mít v každém okamžiku (po prvním závodě) stav, že je někdo "výborný". Pokud bychom po šesti závodech měli alespoň dva "výborné", neuměli bychom určit, kdo je vítěz. Takže na konci potřebujeme mít pouze jednoho "výborného".
Rozmysleme si, jak umíme snižovat počet "výborných". Vždy na snížení jednoho titulu "výborný" potřebujeme použít jednu "nepovinnou účast", protože potřebujeme nasadit "výborného" do nějakého závodu. Pokud vyhraje, udrží si to, že je "výborný". Pokud ne, ztratí to ve prospěch někoho, kdo ho porazil. Případně může být tento, kdo ho porazil, už někým poražen, ale to, že nezíská titul "výborný", je způsobeno tím, že jsme i na něm utratili nějakou "nepovinnou účast".
Takže musíme použít všech 5 "nepovinných účastí" na to, aby byl na konci pouze jeden "výborný". Takže použijeme všech 6 závodů na to, abychom uměli říct, kdo je vítěz. Ještě stále bychom ale mohli být schopni poskládat závody tak, abychom uměli určit, kdo skončil druhý a kdo třetí.

Abychom toho nebyli schopni, mohli by existovat dva sprinteři, které porazil pouze vítěz a jsou navzájem nesrovnatelní. Vezměme si situaci, že vítězem by se stal "výborný" z prvního závodu. Podívejme se na druhého z tohoto závodu. Pokud by šel do nějakého dalšího závodu z tohoto závodu pouze "výborný", tak bychom dostali dva nesrovnatelné, které porazil pouze vítěz. Někdo tedy do nějakého závodu ještě jít musí.
Pokud by šel kdokoliv do nějakého závodu, tak se klidně může stát, že skončí poslední. Tím pádem se sice dozvíme nějakou informaci, ale spotřebujeme jednu "nepovinnou účast". A to způsobí, že už nebudeme schopni s jistotou určit vítěze.
To znamená, že přestože umíme určit vítěze na 6 závodů, neumíme už určit, kdo by měl být druhý a kdo třetí. Proto 6 závodů nestačí.

Tím jsme ukázali, že 6 závodů nestačí, ale 7 už ano. Takže je třeba uspořádat alespoň 7 závodů.