



p - mat

Attomat

16.04.2020

Vzorová řešení
Kategorie 5, 6, Prima
Česká verze

Úloha 01. Hrst dukátů

Klenotník byl nakupovat na trhu. Za tři zlaté cihličky zaplatit šedesát dukátů. Za jednu zlatou a dvě stříbrné cihličky zaplatil třicet dukátů. Za jednu stříbrnou cihličku zaplatil tři dukáty a dvě měděné cihličky. Potom si klenotník koupil jednu zlatou, jednu stříbrnou a jednu měděnou cihličku. Kolik dukátů zaplatil za tyto tři cihličky?

Výsledek: 26

Řešení: Tři zlaté cihličky stojí 60 dukátů. Jedna zlatá cihlička tedy stojí $60:3=20$ dukátů. Zlatá cihlička a dvě stříbrné stojí 30 dukátů, a tedy dvě stříbrné cihličky stojí $30-20=10$ dukátů. Jedna stříbrná cihlička má proto cenu $10:2=5$ dukátů. Stříbrná cihlička má hodnotu tři dukátů a dvou měděných cihliček. Dvě měděné cihličky tedy mají hodnotu $5-3=2$ dukáty, tedy jedna má hodnotu $2:2=1$ dukát. Klenotník proto zaplatí za jednu zlatou, jednu stříbrnou a jednu měděnou cihličku dohromady $20+5+1=26$ dukátů.

Úloha 02. Setkání dle kalendáře

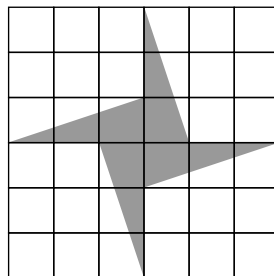
V místnosti se potkalo několik lidí. Vtom někdo pravdivě poznamenal: „Žádní dva z nás se nenarodili v stejném měsíci.“ Kolik nejvíce lidí mohlo být v této místnosti?

Výsledek: 12

Řešení: Aby mohl danou větu někdo říct, musí být každý měsíc narození zastoupený nejvíce jedním člověkem. Zjevně umíme zabezpečit, aby byl každý měsíc zastoupený přesně jedním člověkem. Protože měsíců je 12, tak v místnosti může být nejvíce 12 lidí.

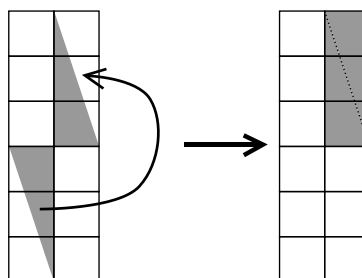
Úloha 03. Barevná vrtulka

Laura si nakreslila do čtverečkové sítě vrtulku, kterou vidíš na obrázku. Na zabarvení jednoho čtverečku této čtverečkové sítě by spotřebovala 20 gramů barvy. Kolik gramů barvy spotřebovala na zabarvení celé vrtulky?



Výsledek: 120

Řešení: Všimněme si, že vrtulka je tvořená čtyřmi stejnými trojúhelníky. Dva takové trojúhelníky dohromady zabírají tři čtverečky čtverečkové sítě.



Čtyři trojúhelníky tak zabírají 6 čtverečků čtverečkové sítě. Protože na zabarvení jednoho čtverečku je potřeba 20 gramů barvy, na zabarvení celé vrtulky je potřeba $6 \cdot 20 = 120$ gramů barvy.

Úloha 04. Pestrá úloha

Augustin si vymyslel nový typ čísel - pestrá čísla. Pestré číslo je násobkem sedmičky, má všechny cifry různé a součet jeho cifer je sudý. Které z těchto čísel je pestré?

- a) 25046 b) 13279 c) 8637 d) 4585

Výsledek: b) 13279

Řešení: Projděme si jednotlivé možnosti:

- a) Tohle číslo nemá sudý součet cifer -> nemůže být pestré.
 b) Tohle číslo je násobkem sedmičky ($13279=7 \cdot 1897$), má všechny cifry různé a součet jeho cifer je sudý (22) -> toto číslo je pestré.
 c) Tohle číslo není násobkem sedmičky (nejbližší násobky jsou $8638=7 \cdot 1234$ a $8631=7 \cdot 1233$) -> nemůže být pestré.
 d) Tohle číslo nemá všechny cifry různé (má dvakrát cifru 5) -> nemůže být pestré.
 Jediné pestré číslo z nabízených možností je b) 13279.

Úloha 05. Kaminonista - matematik

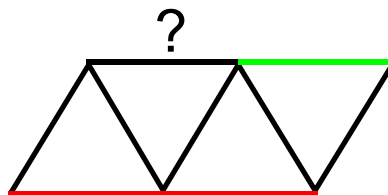
Řidič kamionu se podíval, kolik najezdil kilometrů. Zjistil, že jich najezdil 219912. Všiml si, že tohle číslo je palindrom, tedy je stejné, pokud ho přečte zepředu i pokud ho přečte zezadu. Kolik kilometrů musí ujet, aby znova dostal palindrom?

Výsledek: 110

Řešení: Jediný šesticiferný palindrom, který začíná ciframi 219, je palindrom 219912. Proto určitě nedostaneme nějaký větší palindrom dřív, než po změně prvního trojčíslí. Nejbližší první trojčíslí je 220, kterým začíná jen šesticiferný palindrom 220022. Aby řidič kamionu dostal tento palindrom, musí ujet ještě $220022-219912=110$ kilometrů.

Úloha 06. RGB trojúhelníky

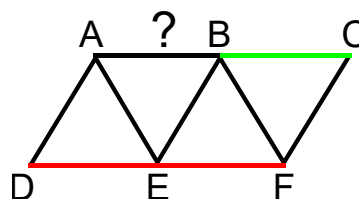
Matouš přebarvuje úsečky na obrázku tak, aby v každém trojúhelníku byla jedna strana červená, jedna zelená a jedna modrá. Tři úsečky už přebarvil. Jakou barvu může mít úsečka označená otazníkem?



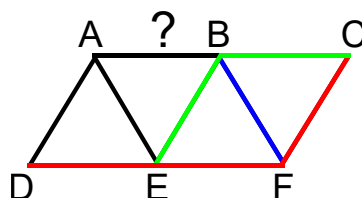
- a) červenou b) zelenou c) modrou d) nedá se určit

Výsledek: a) červenou

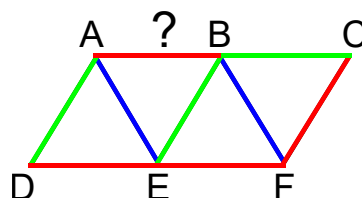
Řešení: Označme si vrcholy trojúhelníků tak, jako na tomto obrázku:



Podívejme se na úsečku BF. Ta je součástí dvou trojúhelníků - BCF a BEF. Jelikož je součástí trojúhelníku BCF, který má stranu BC zelenou, tak úsečka BF nemůže být zelená. Také nemůže být ani červená, protože trojúhelník BEF má červenou stranu EF. Úsečka BF tak musí být modrá. Snadno nyní doplníme, že úsečka CF musí být červená a úsečka BE zelená. Dostaneme tak situaci jako na tomto obrázku:



Nyní se zaměříme na úsečku AE, která je součástí trojúhelníků ABE a ADE. Jelikož trojúhelník ABE má stranu BE zelenou, tak AE nemůže být zelená. Současně nemůže být ani červená, protože trojúhelník ADE má stranu DE červenou. Proto musí být úsečka AE modrá. Opět snadno dostaneme, že úsečka AD je zelená a úsečka AB červená. Tím dostáváme situaci jako na tomto obrázku:



Úsečka označená otazníkem tedy musí být a) červená.

Úloha 07. Smutný král

V království se platí mincemi s hodnotami 3 a 7. Král byl ale smutný, že některé sumy se nedaly zaplatit přesně a bez vrácení. Jaká je největší suma, která se nedá zaplatit přesně?

Výsledek: 11

Řešení: Když začneme zkoušet, které částky se nám podaří zaplatit, zjistíme, že tyto částky zaplatit umíme: 3, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, ... Od tohoto okamžiku se zdá, že všechny vyšší částky už budeme schopni zaplatit. A opravdu to tak je - každou částku větší než 14 totiž umíme zaplatit tak, že zaplatíme některou z částek 12, 13 a 14 a následně přidáme nějaký počet mincí s hodnotou 3. Vypadá to tedy tak, že nejvyšší částka, která se nedá přesně zaplatit, bude 11. Pouze z mincí s hodnotou 3 ji vyskládat neumíme. Pokud použijeme jednu minci s hodnotou 7, umíme po přidání mincí s hodnotou 3 zaplatit částky 10 a 13, ale ne 11. Pokud však použijeme alespoň dvě mince s hodnotou 7, naše částka bude určitě alespoň 14, tedy ani takto neumíme zaplatit částku 11. Nejvyšší částka, která se nedá přesně zaplatit, je proto 11.

Úloha 08. Číslo navíc

Katka si napsala na papír dvojciferné číslo. Když ho vydělila číslem 9, dostala nějaký podíl a zbytek 1. Když ho vydělila číslem 10, také dostala nějaký podíl, ale tentokrát zbytek 3. Jaké číslo si Katka napsala na papír?

Výsledek: 73

Řešení: Katčino číslo dává zbytek 3 po vydělení desítky. To znamená, že když od něho odečteme 3, tak dostaneme nějaký násobek desítky. Každý násobek desítky končí cifrou 0. Proto, když přičteme zpátky 3, dostaneme, že Katčino číslo končí cifrou 3. Zroveň je ale dané, že Katčino číslo dává zbytek 1 po vydělení devíti. Tedy když od něho odečteme 1, dostaneme násobek devítky. Po odečtení 1 dostaneme dvojciferné číslo, které má na místě jednotek cifru $3-1=2$. Hledáme proto dvojciferný násobek devítky, který má na místě jednotek cifru 2. Dvojciferné násobky devítky jsou 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Z nich má na místě jednotek cifru 2 jen číslo 72. Katčino číslo dostaneme, pokud k tomuto číslu opět zpátky přičteme 1. Katka si tak na papír napsala číslo $72+1=73$.

Úloha 09. Výprodej koláčů

V obchodě prodávají koláče. První zákazník koupil polovinu všech koláčů a ještě jeden koláč, druhý koupil polovinu zbytku a ještě jeden koláč, třetí polovinu zbytku po druhém a ještě jeden koláč a takto to pokračovalo dále. Sedmý zákazník si koupil polovinu zbytku po šestém a ještě jeden koláč. Po něm už v obchodě nezůstaly žádné koláče. Kolik koláčů bylo v obchodě na začátku?

Výsledek: 254

Řešení: Postupujme odzadu. Na konci bylo v obchodě 0 koláčů.

Před sedmým zákazníkem jich muselo být $(0+1) \cdot 2=2$.

Před šestým zákazníkem jich muselo být $(2+1) \cdot 2=6$.

Před pátým zákazníkem jich muselo být $(6+1) \cdot 2=14$.

Před čtvrtým zákazníkem jich muselo být $(14+1) \cdot 2=30$.

Před třetím zákazníkem jich muselo být $(30+1) \cdot 2=62$.

Před druhým zákazníkem jich muselo být $(62+1) \cdot 2=126$.

Před prvním zákazníkem jich muselo být $(126+1) \cdot 2=254$.

Na začátku tak bylo v obchodě 254 koláčů.

Úloha 10. Dort pro přátele

Kika upekla dort ve tvaru obdélníku. Rozkrájela ho na tři stejné čtvercové kousky. Každý z těchto kousků měl obvod 36 cm. Jaký byl obvod celého dortu?

Výsledek: 72 cm

Řešení: Dort rozkrájený na kousky vypadá tak, jako na tomto obrázku:



Protože má každý ze čtvercových kousků obvod 36 cm, má každá jeho strana délku $36:4=9$ cm. Na obvodu celého dortu se nachází dohromady 8 stran těchto čtvercových kousků. Celý dort tak má obvod $8 \cdot 9=72$ cm.

Úloha 11. Sladké mámení

V cukrárně prodávají řezy, větrníky a trubičky. Jakub si chce koupit 6 zákusků. Chce z každého druhu aspoň jeden zákusek, ale chce nejvíc dva větrníky. Kolika způsoby si může Jakub nakoupit zákusky?

Výsledek: 7

Řešení: Jakub chce z každého druhu zákusku aspoň jeden. Proto začněme tím, že mu z každého zákusku dáme po jednom. Tyto zákusky si totiž koupí i tak. Zbývá mu koupit si ještě 3 zákusky, z kterých má být nejvíc jeden větrník. Projděme tedy dva případy podle toho, zda si Jakub koupil větrník, nebo ne:

Pokud si koupil větrník, tak si má koupit ještě dva zákusky, ale vybírá si jen z řezů a trubiček. To může udělat třemi způsoby - 2 řezy a 0 trubiček, 1 řez a 1 trubička, 0 řezů a 2 trubičky.

Pokud si nekoupil větrník, tak si má koupit ještě tři zákusky. To může udělat čtyřmi způsoby - 3 řezy a 0 trubiček, 2 řezy a 1 trubička, 1 řez a 2 trubičky, 0 řezů a 3 trubičky.

Dohromady tak má Jakub $3+4=7$ způsobů, jak může nakoupit zákusky.

Úloha 12. Čtverec sedmerák

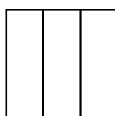
Lukáš si nakreslil čtverec. Teď dumá, zda je možné ho rozdělit na přesně 7 částí, které budou stejné svým tvarem i velikostí. Je možné čtverec takto rozdělit?

Výsledek: ano

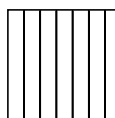
Řešení: Přemýšlejme, jak bychom rozdělili čtverec na dvě stejné části. Nejjednodušší způsoby, které



nás můžou napadnout, jsou rozdělit ho po uhlopříčce, nebo po čáře spojující protilehlé středy stran. Na dvě části to tedy jde. Co tak rozdělit ho na tři stejné části? Pokud zkusíme napodobit druhý ze způsobů rozdělení na dvě části, dostaneme, že to jde rozdělením na tři stejné pruhy:



Tento postup umíme zopakovat i při rozdělení na 7 stejných částí a dokonce i při rozdělení na libovolný počet částí. Tím dostáváme, že čtverec se dá vskutku rozdělit na 7 stejných částí a to takto:



Úloha 13. Basketbal

Erik hrál basketbal a počítal si body. V basketbale se dají hodit koše za 2, anebo 3 body. Erik hodil 42 košů. Kolik různých počtů bodů mohl získat?

Výsledek: 43

Řešení: Pokud by Erik hodil všechny koše za 2 body, získal by dohromady $2 \cdot 42 = 84$ bodů. Pokaždé, když bychom změnili nějaký dvoubodový koš za třibodový, dostali bychom o jedna větší počet bodů. Proto pokud budeme postupně měnit počty hozených třibodových košů z 0 na 42, dostane pokaždé větší počet bodů. Takže všechny počty bodů, které takto dostaneme, budou navzájem různé. Každý počet hozených třibodových košů tak znamená jeden různý počet bodů, které mohl Erik získat. Zároveň tím dostáváme všechny situace, které mohly nastat. Různých počtů třibodových košů, které mohl Erik trefit, je 43 (0 až 42). Takže i různých počtů Erikových bodů je 43.

Úloha 14. Kdo je špion?

Čtyři chlapci hrají hru. Jeden jde za dveře a zbylí tři se dohodnou, kdo bude špion. Špion lže a ostatní mluví pravdu. Potom se ten za dveřmi vrátí a může se jich ptát, kdo je špion. Chlapci mu odpověděli takhle:

Adam: „Braňo je špion.“

Braňo: „Cyril je jistě špion.“

Cyril: „Adam určite není špion.“

Kdo je špion?

a) Adam

b) Braňo

c) Cyril

d) nedá se určit

Výsledek: b) Braňo

Řešení: Zamysleme se, co to znamená, když někdo o někom řekne, že je špion. Pokud to říká špion, tak to říká o někom, kdo není špion. Pokud to říká někdo, kdo není špion, tak to říká o špionovi. V obou případech to znamená, že nejsou na stejných stranách. Nyní se podívejme, co to znamená, když se řekne, že někdo není špion. Pokud to řekne špion, tak to řekne o špionovi. Pokud to řekne někdo, kdo není špion, tak to řekne o někom, kdo není špion. V obou případech to znamená, že jsou na stejných stranách. Z tohoto a z výroků chlapců vyplývá, že buď jsou špioni Adam s Cyrilem, nebo je špion Braňo. Jelikož je ale jen jeden z nich špion, tak to musí být b) Braňo.

Úloha 15. Honza ve škole nevysedával...

Honza dostal z matematiky 10 známek. Vypočítal si, že má průměr známek přesně 2. Kolik nejméně jedniček mohl dostat?

Poznámka: V Honzově škole známkují známkami 1, 2, 3, 4 a 5.

Výsledek: 7

Řešení: Připomeňme si, jak vypočítáme průměr známek. Sečteme všechny známky a vydělíme je počtem všech známek. Z toho plyne, že součet všech známek Honzy je $10 \cdot 2 = 20$. Kdyby dostal Honza 8 jedniček, tak i kdyby dostal dvě pětky, tak by měl součet známek nejméně $8 + 2 \cdot 5 = 18$. Proto určitě nedostal víc než 7 jedniček. Zjistíme, zda mohl Honza dostat 7 jedniček. To se stát mohlo, protože dostal součet známek $20 - 7 = 13$ na zbylé tři známky umíme. Dokonce to umíme dvěma způsoby - trojicí známek 4, 4, 5 a trojicí známek 3, 5, 5. Honza tedy mohl dostat nejméně 7 jedniček.

Úloha 16. Pár čar

Patrik si nakreslil obdélník ABCD, v kterém platilo $|AB| = 48$ cm a $|BC| = 30$ cm. Na straně CD zvolil body E a F tak, že úsečky CF, DE a AD měly stejnou délku. Jaká byla délka úsečky EF?

Výsledek: 12 cm

Řešení: V obdélníku ABCD platí $|AD| = |BC|$. Máme proto rovnost $|CF| = |DE| = |AD| = |BC| = 30$ cm. Navíc ale platí $|CD| = |CE| + |DE|$, protože E je bod na straně CD. Odtud dostáváme $|CE| = |CD| - |DE| = 48 - 30 = 18$ cm. Podobnou úvahou pro bod F zjišťujeme, že $|DF| = 18$ cm. Z těchto délek je zřejmé, že body E a F leží na úsečce CD v pořadí C, E, F, D. Proto musí platit $|CD| = |CE| + |EF| + |DF|$. Odtud už lehce vyjádříme $|EF| = |CD| - |CE| - |DF| = 48 - 18 - 18 = 12$ cm.

Úloha 17. Zabarvování kostek

Dan měl 27 stejných kostek. Chtěl je slepit do jednoho tělesa tvořeného všemi 27 kostkami. Slepil je tak, aby se každé 2 dotýkající se kostky dotýkaly celou stěnou. Těleso, které dostal, ponořil do barvy. Kolik nejméně stěn kostek se mohlo zabarvit?

Výsledek: 110

Řešení: Aby mělo vzniklé těleso co největší počet zabarvených stěn jednotlivých kostek, musíme co nejméně stěn kostek použít jako stěny, kterými jsou kostky slepené dohromady. Vždy, když lepíme nějaké dva kousky k sobě, použijeme aspoň dvě stěny kostek na slepení. Míst, kde musíme takto slepovat, je určitě aspoň 26. Dohromady tak na slepení musíme použít aspoň $2 \cdot 26 = 52$ stěn. Použít jen 52 stěn umíme tak, že vyskládáme kostky na sebe, čímž vytvoříme jakýsi sloup. Všechny kostky měly dohromady $6 \cdot 27 = 162$ stěn. Takže slepený útvar má na svém povrchu nejméně $162 - 52 = 110$ stěn. Proto se zabarví nejméně 110 stěn.

Úloha 18. Časový překryv

Ludmila se doma nudila, a tak pozorovala ručičkové hodiny. Zaujalo ji, že hodinová ručička se právě překrývala s tou minutovou. Proto ji napadla otázka: Kolikrát za den nastane situace, kdy se obě ručičky překrývají?

Poznámka: Den trvá od 00:00:00 do 23:59:59.

Výsledek: 22

Řešení: Ručičky hodin se překrývají přesně o půlnoci. Za 24 hodin se stihne minutová ručička otočit 24krát, zatímco hodinová jen 2krát. Minutová ručička tak musí $24-2=22$ krát dohnat hodinovou, přičemž poslední dohnání nastane až v následujícím dni. Takže v daném dni stihne minutová ručička doběhnout hodinovou přesně 21krát. V těchto momentech se tedy překrývají. Když k tomu přidáme první překrytí o půlnoci, dostaneme, že se obě ručičky překrývají 22krát za den.

Úloha 19. Dělení pošty

Pošták Pat má doručit dopisy na ulici, na které je 50 domů. Na severní straně ulice jsou domy s lichými čísly 1, 3, 5 a tak dále až po 49. Naproti každému z těchto domů se vždy nachází dům, kterého číslo je dvojnásobkem čísla domu, naproti kterému stojí. Na jižní straně ulice jsou tak domy s čísly 2, 6, 10 a tak dále až po 98. Pro každý z domů má Pat tolik dopisů, kolik má dané číslo dělitelů. Kolik dopisů má Pat doručit na této ulici?

Výsledek: 204

Řešení: Podívejme se nejdřív na čísla domů na severní straně. Ke každému z čísel si napíšeme, kolik má dělitelů:

1 -> 1	11 -> 2	21 -> 4	31 -> 2	41 -> 2
3 -> 2	13 -> 2	23 -> 2	33 -> 4	43 -> 2
5 -> 2	15 -> 4	25 -> 3	35 -> 4	45 -> 6
7 -> 2	17 -> 2	27 -> 4	37 -> 2	47 -> 2
9 -> 3	19 -> 2	29 -> 2	39 -> 4	49 -> 3

Dohromady tak mají 68 dělitelů. Teď se podívejme na jižní stranu, kde mají domy čísla, která jsou dvojnásobky těch na severní straně. Všimněme si, jaký je vztah mezi počtem dělitelů lichého čísla a počtem dělitelů jeho dvojnásobku. Dvojnásobek lichého čísla má všechny dělitele, které má původní liché číslo. Navíc má jako dělitele i dvojnásobky dělitelů původního lichého čísla. Ty jsou dokonce všechny různé od dělitelů původního lichého čísla, protože jsou sudé a liché číslo má jen liché dělitele. Dvojnásobek daného lichého čísla tak má dohromady dvakrát víc dělitelů než liché číslo - stejně jako liché číslo a jejich dvojnásobky. Čísla domů na jižní straně proto mají dohromady $2 \cdot 68 = 136$ dělitelů. Dohromady mají všechna čísla domů $68 + 136 = 204$ dělitelů, takže Pat má doručit 204 dopisů.

Úloha 20. Diamantová liga

Na závodech ve sprintu je 25 závodníků. Každý závodník zaběhne sprint za stejný čas, ale žádní dva závodníci ho nezaběhnou za ten stejný čas. Chceme jim spravedlivě rozdat medaile za první tři místa. Máme k dispozici jen jednu běžeckou dráhu pro 5 závodníků. Čas neumíme měřit. Kolik nejméně závodů musíme uspořádat, aby jsme s jistotou věděli, kdo z nich je nejrychlejší, kdo je druhý nejrychlejší a kdo je třetí nejrychlejší?

Výsledek: 7

Řešení: Nejprve ukážeme, že stačí 7 závodů. Rozdělme sprintery na pět pětic a každou pěticu nechme odběhnout jeden závod - celkem 5 závodů. V každém ze závodů dostaneme nějaké pořadí. Do dalšího závodu nasadíme vítěze z každého z těchto pěti závodů. Opět dostaneme nějaké pořadí - označme si pořadí těchto sprinterů ABCDE, kde A je nejrychlejší a E je nejpomalejší. A je jistě nejrychlejší sprinter ze všech. Podívejme se, kdo má ještě šanci být mezi třemi nejlepšími:

► Z pětice, která na začátku běžela s A, to jsou ti, kteří tehdy skončili na nejhůře třetím místě (první tři jsou totiž jistě lepší).

► Z pětice, která na začátku běžela s B, to jsou ti, kteří tehdy skončili na nejhůře druhém místě (první dva a A jsou určitě lepší).

► Z pětice, která na začátku běžela s C, to je pouze C (A, B, C jsou totiž lepší).

► Ze zbývajících pětic to není nikdo (A, B, C jsou lepší).

Zůstalo nám tak šest sprinterů a o jednom z nich (A) už víme, že je nejrychlejší ze všech. Stačí nám tak udělat závod mezi zbylými pěti a první dva z tohoto závodu budou určitě druhý a třetí nejrychlejší. Takže opravdu stačilo 7 závodů.

Dále ukážeme, že to nejde určit na 6 závodů. Na to, abychom o sprinterovi uměli alespoň něco říct, musí se zúčastnit alespoň jednoho závodu. Kromě takových 25 "povinných účastí" nám zůstane už jen 5 "nepovinných účastí", když je v závodě někdo, kdo už závodil. Ukážeme, že těchto 5 "nepovinných účastí" musíme využít k tomu, abychom našli nejrychlejšího.

Nazvěme "výborným" sprintera, o kterém ještě nemáme informaci, že by byl pomalejší než někdo jiný. Každý závod způsobí to, že někdo bude v tom momentě "výborný", a proto musíme mít v každém okamžiku (po prvním závodě) stav, že je někdo "výborný". Pokud bychom po šesti závodech měli alespoň dva "výborné", neuměli bychom určit, kdo je vítěz. Takže na konci potřebujeme mít pouze jednoho "výborného".

Rozmysleme si, jak umíme snižovat počet "výborných". Vždy na snížení jednoho titulu "výborný" potřebujeme použít jednu "nepovinnou účast", protože potřebujeme nasadit "výborného" do nějakého závodu. Pokud vyhraje, udrží si to, že je "výborný". Pokud ne, ztratí to ve prospěch někoho, kdo ho porazil. Případně může být tento, kdo ho porazil, už někým poražen, ale to, že nezíská titul "výborný", je způsobeno tím, že jsme i na něm utratili nějakou "nepovinnou účast".

Takže musíme použít všech 5 "nepovinných účastí" na to, aby byl na konci pouze jeden "výborný". Takže použijeme všech 6 závodů na to, abychom uměli říct, kdo je vítěz. Ještě stále bychom ale mohli být schopni poskládat závody tak, abychom uměli určit, kdo skončil druhý a kdo třetí.

Abychom toho nebyli schopni, mohli by existovat dva sprinteři, které porazil pouze vítěz a jsou navzájem nesrovnatelní. Vezměme si situaci, že vítězem by se stal "výborný" z prvního závodu. Podívejme se na druhého z tohoto závodu. Pokud by šel do nějakého dalšího závodu z tohoto závodu pouze "výborný", tak bychom dostali dva nesrovnatelné, které porazil pouze vítěz. Někdo tedy do nějakého závodu ještě jít musí.

Pokud by šel kdokoliv do nějakého závodu, tak se klidně může stát, že skončí poslední. Tím pádem se sice dozvíme nějakou informaci, ale spotřebujeme jednu "nepovinnou účast". A to způsobí, že už nebudeme schopni s jistotou určit vítěze.

To znamená, že přestože umíme určit vítěze na 6 závodů, neumíme už určit, kdo by měl být druhý a kdo třetí. Proto 6 závodů nestačí.

Tím jsme ukázali, že 6 závodů nestačí, ale 7 už ano. Takže je třeba uspořádat alespoň 7 závodů.