

④

a) Označíme si hmotnosť Jakuba s taškou  $m_J = 45 \text{ kg}$ , počet podlaží  $n = 5$  a výšku jedného podlažia  $h_0 = 3 \text{ m}$ . Pri vynášaní nákupu a najmä samého seba prekonáva Jakub ťažovú silu  $F = m g$ , pričom vynesie nákup do výšky  $h = n h_0$ , takže vykoná prácu rovnú zmene polohovej energie

$$W = F h = m g n h_0 = 45 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 5 \cdot 3 \text{ m} = 6750 \text{ J}$$

**Jakub vykonal mechanickú prácu 6750 J.**

b) Jakubov priemerný výkon  $P$  je daný podielom práce  $W = 6750 \text{ J}$ , ktorú Jakub vykonal (vypočítali sme ju v časti a)) a času  $t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$ , za ktorý túto prácu vykonal (poznáme ho zo zadania):

$$P = W / t = 6750 \text{ J} / 120 \text{ s} = 56,25 \text{ W}$$

**Jakubov priemerný výkon bol 56,25 W.**

**Správne odpovede:**

**a) 6750 J**

**b) 56,25 W**

**Bodovanie:**

**2 body**

za správnu odpoveď

**0 bodov**

za nesprávnu odpoveď

⑤

a) Na zavesené teleso pôsobí vždy gravitačná sila (s veľkosťou  $F_g = m g$  smerom zvislo nadol) a vztlaková sila  $F_{vz}$  v smere zvislo nahor.

Veľkosť vztlakovej sily opisuje Archimedov zákon  $F_{vz} = m_v g$ . V tomto vzťahu je  $m_v$  hmotnosť vytlačenej tekutiny, t. j. hmotnosť tekutiny s objemom v nej ponoreného telesa. Túto hmotnosť si vyjadrujeme súčinom objemu telesa a hustoty tekutiny  $m_v = V \cdot \rho_v$ .

Ak je touto tekutinou vzduch, vztlakovú silu vzhľadom na nízku hustotu vzduchu zanedbávame.

Sila daná rozdielom gravitačnej a vztlakovej sily, ktorá pôsobí na jedno rameno váh, je vykompenzovaná silou, ktorú vytvára závažie na druhom ramene rovnoramenných váh. Keďže obe sily sú súčinnom hmotnosti a gravitačného zrýchlenia, na váhach vlastne hmotnosť závažia vyrovnáva hmotnosť váženého telesa.

Kameň zavesený na jednom ramene rovnoramenných váh bol vyvážený závažím s hmotnosťou 250 g.

Po ponorení kameňa do vody sa sila pôsobiaca na toto rameno váh znížila o vztlakovú silu spôsobenú vytlačenou vodou, ktorej objem bol  $100 \text{ cm}^3$  a hustota

$$\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Vztlaková sila teda bola } F_{vz} = m_{\text{voda}} g = V \rho_{\text{voda}} g = 100 \text{ cm}^3 \cdot 1 \text{ g/cm}^3 \cdot g = 100 \text{ g} \cdot g$$

O túto hodnotu sa zmenšila sila pôsobiaca na rameno váh, na ktorom bol zavesený kameň.

O rovnakú hodnotu sa musela zmenšiť aj sila, pôsobiaca na druhé rameno váh. Táto sila sa dá vyjadriť ako  $m_z g$ . Teda  $m_z g = 100 \text{ g} \cdot g$

Zo závažia teda bolo treba odobrať hmotnosť  $m_z = 100 \text{ g}$ .

**Zo závažia bolo treba odobrať 100 g.**

b) Kameň má hmotnosť  $m = 250 \text{ g}$  a objem  $V = 100 \text{ cm}^3$ , hustota kameňa teda je

$$\rho_k = m / V = 250 \text{ g} / 100 \text{ cm}^3 = 2,50 \text{ g/cm}^3$$

**Hustota kameňa je 2,50 g/cm<sup>3</sup>**

**Správne odpovede:**

**a) 100 g**

**b) 2,50 g/cm<sup>3</sup>**

**Bodovanie:**

**2 body**

za správnu odpoveď

**0 bodov**

za nesprávnu odpoveď



kategória 9



## Vzorové riešenia

### 5. séria pre žiakov 9. ročníka ZŠ

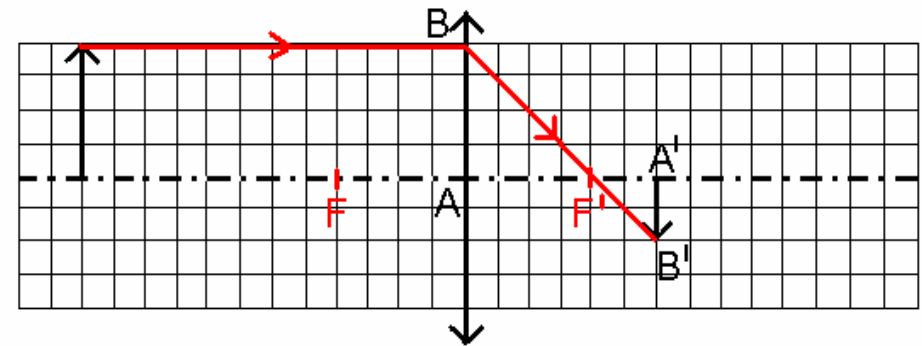
①

a) Označme si:

$\varphi$  ..... optická mohutnosť šošovky

$f$  ..... ohnisková vzdialenosť šošovky

Nakreslíme si chod lúča, ktorý dopadá rovnobežne s optickou osou a prechádza vrcholom predmetu. Po prechode spojnu šošovkou sa tento lúč láme tak, že prechádza vrcholom obrazu a optickú os pretná v obrazovom ohnisku  $F'$  spojky.



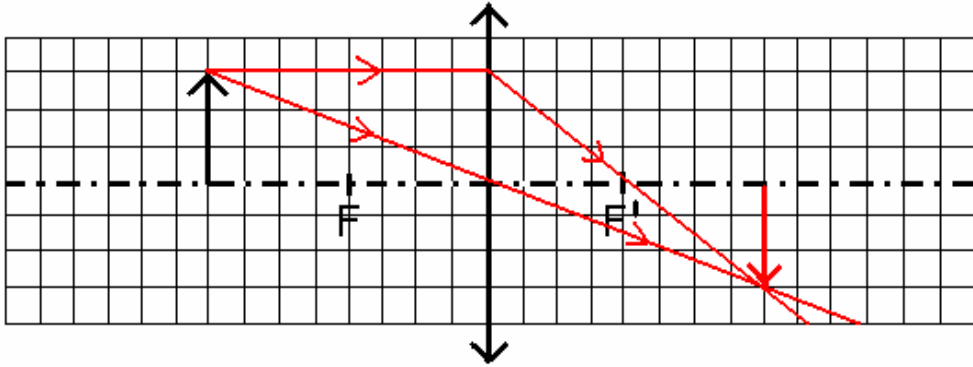
Optickú mohutnosť vypočítame  $\varphi = 1 / f$ . Aby sme vedeli presne určiť ohniskovú vzdialenosť spojky, nie len graficky, urobme nasledujúcu úvahu.

$\triangle ABF'$  je podobný  $\triangle A'B'F'$  podľa vety uu –  $|\angle BAF'| = |\angle B'A'F'| = 90^\circ$  a  $|\angle BF'A| = |\angle B'F'A'|$ , lebo sú to uhly vrcholové. Pomer veľkostí strán  $\triangle ABF'$  a  $\triangle A'B'F'$  určíme pomocou strán AB a  $A'B'$ . Pomer týchto strán vyplýva zo zadania (strana AB je rovná veľkosti predmetu) a je 2:1. Preto aj veľkosti strán  $AF'$  a  $A'F'$  sú v pomere 2:1. Ak úsečku  $AA'$  rozdelíme v tomto pomere dostávame, že veľkosť strany  $AF'$  je 4 cm. Ohnisková vzdialenosť spojky je  $f = 4 \text{ cm}$  a optická mohutnosť:

$$\varphi = 1 / f = 1 / 4 \text{ cm} = 1 / 0,04 \text{ m} = 25 \text{ D}$$

**Optická mohutnosť takejto spojky je 25 D.**

b) Z grafického riešenia vyplýva, že veľkosť obrazu je **3 cm**. (Pri grafickom riešení sme využili jednak lúč prechádzajúci optickým stredom šošovky, jednak lúč rovnobežný s optickou osou, ktorý sa po prechode šošovkou láme do obrazového ohniska šošovky.) Predmet je umiestnený vo vzdialenosti  $2f$  od šošovky. Ak je predmet v tejto vzdialenosti, obraz je skutočný, prevrátený a rovnako veľký ako predmet.



**Správne odpovede:** a) 25 D      b) 3 cm  
**Bodovanie:** 2 body      za správnu odpoveď  
 0 body      za nesprávnu odpoveď

②

a) Označíme si:  
 $V_1 = 2 \text{ dl} = 0,2 \text{ dm}^3$  ..... objem vody v hrnčeku  
 $V_2 = 12 \text{ l} = 12 \text{ dm}^3$  ..... objem vody vo vedre  
 $t_1 = 100 \text{ °C}$  ..... po čiaťočná teplota vody v hrnčeku  
 $t_2 = 20 \text{ °C}$  ..... po čiaťočná teplota vody vo vedre  
 $t = 0 \text{ °C}$  ..... konečná teplota vody v oboch nádobách  
 $c_{\text{voda}} = 4\,200 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)}$  ..... merná tepelná kapacita vody

a) Ak je hustota vody  $\rho_{\text{voda}} = 1\,000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3$ , tak hmotnosť vody v hrnčeku je  $m_1 = V_1 \rho_{\text{voda}} = 0,2 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ kg/dm}^3 = 0,2 \text{ kg}$  a hmotnosť vody vo vedre je  $m_2 = V_2 \rho_{\text{voda}} = 12 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ kg/dm}^3 = 12 \text{ kg}$ .  
 Voda v hrnčeku odovzdá teplo  $Q_1 = m_1 c_{\text{voda}} (t_1 - t) = 0,2 \text{ kg} \cdot 4\,200 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)} \cdot (100 - 0) \text{ °C} = 84 \text{ kJ}$ .  
 Voda vo vedre odovzdá teplo  $Q_2 = m_2 c_{\text{voda}} (t_2 - t) = 12 \text{ kg} \cdot 4\,200 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)} \cdot (20 - 0) \text{ °C} = 1\,008 \text{ kJ}$ .  
 To znamená, že väčšie teplo odovzdá do okolia voda vo vedre.

**Počas ochladzovania odovzdala viac tepla:**  
**A. voda vo vedre.**

b) Úlohu sme už vyriešili v časti a).  
**Voda v hrnčeku odovzdala do okolia 84 kJ.**

**Správne odpovede:** a) A      b) 84 kJ  
**Bodovanie:** 2 body      za správnu odpoveď  
 0 bodov      za nesprávnu odpoveď

③

a) Označíme si:  
 $U = 220 \text{ V}$  ..... napätie elektrickej siete  
 $P_{\text{RK}} = 2100 \text{ W}$  ..... príkon rýchlovarnej kanvice  
 $P_{\text{MR}} = 1200 \text{ W}$  ..... príkon mikrovlnnej rúry  
 $P_{\text{CH}} = 200 \text{ W}$  ..... príkon chladničky  
 $n = 3,94 \text{ Sk/kWh}$  ..... cena elektrickej energie  
 $t_{\text{RK}} = 1 \text{ min}$  ..... čas používania rýchlovarnej kanvice  
 $t_{\text{MR}} = 3 \text{ min}$  ..... čas používania mikrovlnnej rúry  
 $t_{\text{CH}} = 1,5 \text{ h}$  ..... čas používania chladničky  
 $W$  ..... množstvo spotrebovanej elektrickej energie  
 $c = ?$  ..... cena za spotrebovanú elektrickú energiu

Najprv určíme množstvo spotrebovanej energie  $W$ .  
 Ak spotrebič s príkonom 1 kW pracuje 1 h, spotrebuje 1 kWh elektrickej energie. Preto:

$W = P_{\text{RK}} \cdot t_{\text{RK}} + P_{\text{MR}} \cdot t_{\text{MR}} + P_{\text{CH}} \cdot t_{\text{CH}}$ .  
 Dosadíme číselné hodnoty v kW a h:

$W = P_{\text{RK}} \cdot t_{\text{RK}} + P_{\text{MR}} \cdot t_{\text{MR}} + P_{\text{CH}} \cdot t_{\text{CH}} = 2,1 \text{ kW} \cdot (1/60) \text{ h} + 1,2 \text{ kW} \cdot (3/60) \text{ h} + 0,2 \text{ kW} \cdot 1,5 \text{ h} = 0,395 \text{ kWh}$ .

Cenu  $c$  tohto množstva spotrebovanej elektrickej energie zistíme nasledovne:

$c = W \cdot n = 0,395 \text{ kWh} \cdot 3,94 \text{ Sk/kWh} = 1,5563 \approx 1,56 \text{ Sk}$

**Elektrická energia za takéto použitie elektrosptebeičov by stála 1,56 Sk.**

b) Využijeme označenie z časti a).

Ďalej si označíme:

$I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$  ..... maximálny prúd prechádzajúci ističom  
 $I_{\text{RK}}$  ..... prúd prechádzajúci vetvou s rýchlovarnou kanvicou  
 $I_{\text{MR}}$  ..... prúd prechádzajúci vetvou s mikrovlnnou rúrou  
 $I_{\text{CH}}$  ..... prúd prechádzajúci vetvou s chladničkou  
 $I$  ..... celkový prúd prechádzajúci ističom

Najprv vypočítame, aký prúd prechádza jednotlivými vetvami elektrického obvodu. Celkový prúd  $I$  (v nerozvetvovej časti) je daný ich súčtom. Ak  $I < I_{\text{max}}$ , tak spotrebiče môžu fungovať súčasne. Ak  $I > I_{\text{max}}$ , tak nemôžu.

Platí  $P = U \cdot I$ . Z toho:  $I_{\text{RK}} = P_{\text{RK}} / U = 2100 \text{ W} / 220 \text{ V} = 9,5455 \text{ A}$

$I_{\text{MR}} = P_{\text{MR}} / U = 1200 \text{ W} / 220 \text{ V} = 5,4545 \text{ A}$

$I_{\text{CH}} = P_{\text{CH}} / U = 200 \text{ W} / 220 \text{ V} = 0,9091 \text{ A}$ .

Celkový prúd  $I = I_{\text{RK}} + I_{\text{MR}} + I_{\text{CH}} = 9,5455 \text{ A} + 5,4545 \text{ A} + 0,9091 \text{ A} = 15,9091 \text{ A} \approx 15,91 \text{ A}$

Nerozvetvenou časťou elektrického obvodu môže pretekať maximálny prúd  $I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$ .

Keďže  $I < I_{\text{max}}$ , tak správna odpoveď je:

**A. Všetky tri spotrebiče môžu fungovať súčasne.**

**Správne odpovede:** a) 1,56 Sk      b) A  
**Bodovanie:** 2 body      za správnu odpoveď  
 2 body      za 1,556 a 1,5563 v a)  
 0 bodov      za nesprávnu odpoveď