

⑤

Označme si

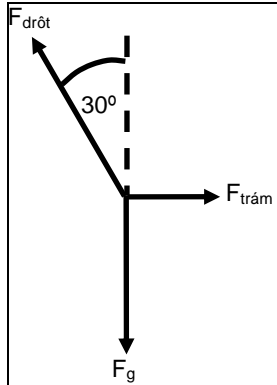
$m_l = 2 \text{ kg}$  .....hmotnosť lampy

$F_{\text{drôt}} = ?$  .....sila, ktorou drôt pôsobí na lampu

$F_{\text{trám}} = ?$  .....sila, ktorou trám pôsobí na lampu

$F_{\text{lampa}} = ?$  .....sila, ktorou lampa pôsobí na trám

Na lampu pôsobí gravitačná sila smerom dole. Keďže lampa sa nepohybuje, je súčet sil pôsobiacich na ňu nulový. Okrem gravitačnej sily pôsobia na lampu drôt a trám. Celú situáciu môžeme znázorniť na obrázku. Za kladné smery budeme považovať smer dole a smer doprava.



a) Podľa obrázka vidíme, že drôt pôsobí na lampu silou

$$F_{\text{drôt}} = -F_g / \cos 30^\circ = -m \cdot g / \cos 30^\circ$$

$$F_{\text{drôt}} = -2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} / 0,87 = -22,5287 \text{ N} = -22,53 \text{ N}$$

**Drôt pôsobí na lampu silou -22,53 N.**

b) Podľa obrázka vidíme, že trám pôsobí na lampu silou

$$F_{\text{trám}} = F_g \cdot \tan 30^\circ = m \cdot g \cdot \tan 30^\circ$$

Zo zákona akcie a reakcie vieme, že lampa pôsobí na trám silou rovnakej veľkosti a opačného smeru. Platí teda

$$F_{\text{lampa}} = -F_{\text{trám}} = -m \cdot g \cdot \tan 30^\circ$$

$$F_{\text{lampa}} = -2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \tan 30^\circ = -11,3160 \text{ N} = -11,32 \text{ N}$$

**Lampa pôsobí na trám silou -11,32 N.**

**Správne odpovede: a) -22,53 N. b) -11,32 N**

**Bodovanie:**

**2 body** za správnu odpoveď

**2 body** za odpoveď v intervale -22,5 až -22,7 v a)

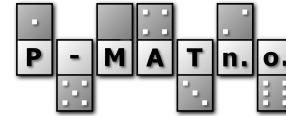
**2 body** za odpoveď v intervale 22,5 až 22,7 v a)

**2 body** za odpoveď 22,99 v a)

**2 body** za odpoveď v intervale -11,04 až -11,45 v b)

**2 body** za odpoveď v intervale 11,04 až 11,45 v b)

**0 bodov** za nesprávnu odpoveď



S2 a S3

kategória

fyzIQ

2005/2006

## Vzorové riešenia

### 6. séria pre žiakov 2.- 4. ročníka stredných škôl a sexty – oktávy OG

① Označme si

$t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  ..... za čiatočná teplota medenej gule

$t_1 = 250 \text{ }^\circ\text{C}$ ..... konečná teplota medenej gule

$r_0 = 5 \text{ cm}$  ..... polomer medenej gule pri teplote  $20 \text{ }^\circ\text{C}$

$r_1 = ?$  ..... polomer medenej gule pri teplote  $250 \text{ }^\circ\text{C}$

$S_0 = ?$  ..... povrch medenej gule pri teplote  $20 \text{ }^\circ\text{C}$

$S_1 = ?$  ..... povrch medenej gule pri teplote  $250 \text{ }^\circ\text{C}$

$V_0 = ?$  ..... objem medenej gule pri teplote  $20 \text{ }^\circ\text{C}$

$V_1 = ?$  ..... objem medenej gule pri teplote  $250 \text{ }^\circ\text{C}$

Pri zvýšení teploty z  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  na  $250 \text{ }^\circ\text{C}$  sa zväčší polomer gule na

$$r_1 = r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_1 - t_0))$$

$$r_1 = 0,05 \text{ m} \cdot (1 + 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot (250 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C})) = 0,0501955 \text{ m} = 5,01955 \text{ cm}$$

a) Povrch gule môžeme vypočítať zo vzťahu

$$S = 4 \pi \cdot r^2$$

Pôvodný objem medenej gule bol

$$S_0 = 4 \pi \cdot (r_0)^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot (5 \text{ cm})^2 = 314 \text{ cm}^2$$

Po zohriatí bude povrch medenej gule

$$S_1 = 4 \pi \cdot (r_1)^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot (5,01955 \text{ cm})^2 = 316,46028 \text{ cm}^2$$

Rozdiel týchto povrchov je

$$S_1 - S_0 = 316,46028 \text{ cm}^2 - 314 \text{ cm}^2 = 2,46028 \text{ cm}^2 = \mathbf{2,46 \text{ cm}^2}$$

**Povrch gule sa zväčší o 2,46 cm<sup>2</sup>.**

b) Objem gule môžeme vypočítať zo vzťahu

$$V = 4/3 \pi \cdot r^3$$

Pôvodný objem medenej gule bol

$$V_0 = 4/3 \pi \cdot (r_0)^3 = 4/3 \cdot 3,14 \cdot (5 \text{ cm})^3 = 523,3333 \text{ cm}^3$$

Po zohriatí bude objem medenej gule

$$V_1 = 4/3 \pi \cdot (r_1)^3 = 4/3 \cdot 3,14 \cdot (5,01955 \text{ cm})^3 = 529,49607 \text{ cm}^3$$

Rozdiel týchto objemov je

$$V_1 - V_0 = 529,49607 \text{ cm}^3 - 523,33333 \text{ cm}^3 = 6,16274 \text{ cm}^3 = \mathbf{6,16 \text{ cm}^3}$$

**Objem gule sa zväčší o 6,29 cm<sup>3</sup>**

**Správne odpovede: a) 2,46 cm<sup>2</sup> b) 6,16 cm<sup>3</sup>**

**Bodovanie: 2 body** za správnu odpoveď

**2 body** za odpoveď v intervale 2,43 až 2,53 v a)

**2 body** za odpoveď v intervale 6,13 až 6,32 v b)

**0 bodov** za nesprávnu odpoveď

② Označme si

$U_e = 5 \text{ V}$  .....elektromotorické napätie batérie

$U_c = ?$  .....celkové elektromotorické napätie v obvode

$U_v = ?$  .....napätie na vonkajšom rezistore

$R_i = 1,5 \Omega$  .....vnútorný odpor batérie

$R_{ic} = ?$  .....celkový odpor batérií

$R_v = 9 \Omega$  .....odpor vonkajšieho rezistora

$R_c = ?$  .....celkový odpor v obvode

$I_o = ?$  .....prúd tečúci cez vonkajší rezistor

$P_o = ?$  .....výkon prúdu na vonkajšom rezistore

**a)** Ak sú zdroje zapojené do série, výsledné napätie je súčtom napätí jednotlivých zdrojov:

$$U_c = U_e + U_e + U_e = 3 U_e = 3 \cdot 5 \text{ V} = 15 \text{ V}$$

Celkový odpor v obvode bude

$$R_c = R_i + R_i + R_i + R_v = 3 \cdot 1,5 \Omega + 9 \Omega = 13,5 \Omega$$

Prúd tečúci cez vonkajší odpor bude

$$I_c = U_c / R_c = 15 \text{ V} / 13,5 \Omega = 10/9 \text{ A}$$

Napätie na vonkajšom rezistore bude

$$U_v = I_c \cdot R_v = 10/9 \text{ A} \cdot 9 \Omega = 10 \text{ V}$$

Výkon prúdu na vonkajšom rezistore môžeme vypočítať zo vzťahu:

$$P_o = U_v \cdot I_c = 10 \text{ V} \cdot 10/9 \text{ A} = 11,1111 \text{ W} = \mathbf{11,11 \text{ W}}$$

**Pri sériovom zapojení batérií bude výkon prúdu na vonkajšom odpore 11,11 W.**

**b)** Ak sú zdroje zapojené paralelne, výsledné napätie bude iba napätím na jednom zdroje:

$$U_c = U_e \cdot 5 \text{ V} = 5 \text{ V}$$

Vnútorné odpory budú voči sebe zapojené paralelne, celkový odpor batérií bude

$$R_{ic} = R_i / 3 = 1,5 \Omega / 3 = 0,5 \Omega$$

Celkový odpor v obvode bude

$$R_c = R_{ic} + R_v = 0,5 \Omega + 9 \Omega = 9,5 \Omega$$

Prúd tečúci cez vonkajší odpor bude

$$I_c = U_c / R_c = 5 \text{ V} / 9,5 \Omega = 0,5263 \text{ A}$$

Napätie na vonkajšom rezistore bude

$$U_v = I_c \cdot R_v = 5/9,5 \text{ A} \cdot 9 \Omega = 4,7368 \text{ V}$$

Výkon prúdu na vonkajšom rezistore môžeme vypočítať zo vzťahu:

$$P_o = U_v \cdot I_c = 4,7368 \text{ V} \cdot 0,5263 \text{ A} = 2,493 \text{ W} = \mathbf{2,49 \text{ W}}$$

**Pri paralelnom zapojení batérií bude výkon prúdu na vonkajšom odpore 2,49 W.**

**Správne odpovede: a) 11,11 W b) 2,49 W**

**Bodovanie: 2 body** za správnu odpoveď

**2 body** za odpoveď v intervale 11,1 až 11,2 v a)

**2 body** za odpoveď v intervale 2,4 až 2,6 v b)

**1 bod** za odpoveď 16,67 v a)

**1 bod** za odpoveď 2,63 v b)

**0 bodov** za nesprávnu odpoveď

③ a) Označme si

$h_A = 15 \text{ cm}$  .....výška vody v nádobe A

$h_B = 15 \text{ cm}$  .....výška vody v nádobe B

$h_C = 15 \text{ cm}$  .....výška vody v nádobe C

$h_D = 30 \text{ cm}$  .....výška vody v nádobe D

$h_E = 7,5 \text{ cm}$  .....výška vody v nádobe E

$p_A = ?$  .....veľkosť hydrostatického tlaku na dne nádoby A

$p_B = ?$  .....veľkosť hydrostatického tlaku na dne nádoby B

$p_C = ?$  .....veľkosť hydrostatického tlaku na dne nádoby C

$p_D = ?$  .....veľkosť hydrostatického tlaku na dne nádoby D

$p_E = ?$  .....veľkosť hydrostatického tlaku na dne nádoby E

Pre veľkosť hydrostatického tlaku stĺpca vody výšky  $h$  platí

$$p = h \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g$$

a teda pre hydrostatické tlaky na dno nádob platí

$$p_A = p_B = p_C = h_A \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g = 0,15 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2} = 1470 \text{ N}$$

$$p_D = h_D \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g = 0,3 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2940 \text{ N}$$

$$p_E = h_E \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g = 0,075 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 735 \text{ N}$$

Vidíme, že najväčší hydrostatický tlak pôsobí na dno nádoby, v ktorej je hladina vody najvyššie.

**Najväčší hydrostatický tlak pôsobí na dno nádoby označenej písmenom D.**

**b)** Tlaková sila vody pôsobiaca na dno nádoby je daná

$$F_T = p \cdot S = h \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g \cdot S$$

Tiaž pôsobiaca na vodu v nádobe je

$$F_g = m \cdot g = V \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g$$

Ak sa tieto sily rovnajú, musí pre objem vody v nádobe platiť

$$V = h \cdot S$$

Túto podmienku spĺňa napríklad valec vody s plochou dna  $S$  a výškou  $h$ . Objem tohto valca bude  $V = S \cdot h$ . Ak sa pozrieme na náčrt nádob, vidíme že nádoby A a D sa rozširujú a teda objem vody je príliš veľký. Nádoby C a E sa zužujú a preto je objem vody malý. Nádoba B má zvislé steny. Objem vody v tejto nádobe je daný súčinom výšky vody a plochou dna.

**Preto uvedené tvrdenie platí pre nádobu označenú písmenom B.**

**Správne odpovede: a) D b) B**

**Bodovanie: 2 body** za správnu odpoveď

**0 bodov** za nesprávnu odpoveď

④ a) Označme si

$v_{pr} = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  .....priemerná rýchlosť vlaku

$v_{max} = ?$  .....maximálna rýchlosť vlaku

$t_1 = 2 \text{ min}$  .....čas, počas ktorého vlak zrýchľoval

$t_2 = 14 \text{ min}$  .....čas, počas ktorého vlak sa pohyboval maximálnou rýchlosťou

$t_3 = 2 \text{ min}$  .....čas, počas ktorého vlak spomaľoval

$t_c = ?$  .....čas, za ktorý vlak sa dostal zo stanice v Jahodove do stanice v Malinove

$s_1 = ?$  .....vzdialenosť, ktorú vlak prešiel počas zrýchľovania

$s_2 = ?$  .....vzdialenosť, ktorú vlak prešiel maximálnou rýchlosťou

$s_3 = ?$  .....vzdialenosť, ktorú vlak prešiel počas spomaľovania

$s_c = ?$  .....vzdialenosť medzi stanicami v Jahodove a v Malinove

$a_1 = ?$  .....veľkosť zrýchlenia vlaku

$a_3 = ?$  .....absolútna veľkosť spomalenia vlaku

Zrýchľovanie a spomaľovanie vlaku bolo rovnomerné. Keďže začiatková a konečná

rýchlosť vlaku bola nulová, pre maximálnu rýchlosť vlaku platí

$$v_{max} = a_1 \cdot t_1 = a_3 \cdot t_3$$

Zo zadania úlohy vieme, že  $t_1 = t_3$  a teda z predchádzajúcej rovnice vyplýva, že absolútne veľkosti zrýchlenia a spomaľovania vlaku boli rovnaké:  $a_1 = a_3$ .

Vypočítajme si vzdialenosti, ktoré vlak prešiel na jednotlivých úsekoch. Na prvom úseku sa vlak pohyboval rovnomerne zrýchlene z nulovej začiatkovej rýchlosti a teda prešiel dráhu

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_1)^2$$

Na druhom úseku sa vlak pohyboval konštantnou rýchlosťou a prešiel dráhu:

$$s_2 = v_{max} \cdot t_2 = (a_1 \cdot t_1) \cdot t_2 = a_1 \cdot t_1 \cdot t_2$$

Na treťom úseku vlak rovnomerne spomaľoval z maximálnej rýchlosti na nulovú a prešiel dráhu:

$$s_3 = v_{max} \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3)^2 = (a_3 \cdot t_3) \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3)^2 = \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3)^2 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_3)^2$$

Celková dráha, ktorú vlak prešiel je súčtom dráh prejdených na jednotlivých úsekoch:

$$s_c = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_1)^2 + a_1 \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_3)^2$$

Z tejto rovnice môžeme vyjadriť veľkosť zrýchlenia vlaku:

$$a_1 = s_c / \left( \frac{1}{2} \cdot (t_1)^2 + t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot (t_3)^2 \right)$$

Celkovú prejdenú dráhu môžeme vypočítať aj pomocou priemernej rýchlosti vlaku a celkovej doby cesty:

$$s_c = v_{pr} \cdot t_c = v_{pr} \cdot (t_1 + t_2 + t_3)$$

S pomocou predchádzajúcich dvoch rovníc môžeme vypočítať veľkosť zrýchlenia vlaku:

$$a_1 = (v_{pr} \cdot (t_1 + t_2 + t_3)) / (\frac{1}{2} \cdot (t_1)^2 + t_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot (t_3)^2)$$

$$a_1 = (20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot (120 \text{ s} + 840 \text{ s} + 120 \text{ s})) / (7200 \text{ s} + 100800 \text{ s} + 7200 \text{ s})$$

$$a_1 = 0,1875 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = \mathbf{0,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

**Zrýchlenie vlaku bolo 0,19 m.s<sup>-2</sup>.**

**b)** Použijeme označenia z častí a). Maximálnu rýchlosť vlaku vypočítame zo vzťahu:

$$v_{\max} = a_1 \cdot t_1 = 0,1875 \text{ ms}^{-2} \cdot 120 \text{ s} = 22,5 \text{ ms}^{-1} = \mathbf{81 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$$

**Maximálna rýchlosť vlaku bola 81 km.h<sup>-1</sup>.**

**Správne odpovede:**     **a) 0,19 m.s<sup>-2</sup>**     **b) 81 km.h<sup>-1</sup>**

**Bodovanie:**     **2 body** za správnu odpoveď

**1 bod** za odpoveď 0,1875 v a)

**2 body** za odpoveď 80 v b)

**1 bod** za odpoveď 82,08 v b)

**0 bodov** za nesprávnu odpoveď