

⑤

a) Označme si:

$r = 10 \text{ m}$ polomer kružnice

$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ čas

$a = 8 \text{ g}$preťaženie kozmonauta

$n = ?$počet otočiek za minútu

$w = ?$ uhlová rýchlosť kabíny

$T = ?$perióda otáčania kabíny

Ak sa centrifúga otáčala v zvislej rovine konštantnou rýchlosťou, pôsobila na kozmonauta z jeho hľadiska odstredivá sila F_{od} a gravitačná sila F_g . V najnižšom bode pôsobili na kozmonauta tieto sily smerom dole a výsledné zrýchlenie a bolo

$$a = 8 \text{ g} = w^2 \cdot r + g.$$

Z tejto podmienky môžeme vyjadriť uhlovú rýchlosť kabíny:

$$w = \sqrt{7 \text{ g} / r}$$

počet obehov kabíny za čas t je

$$n = t / T$$

Periódou pohybu je $T = 2\pi / w$, a teda

$$n = t / T = t \cdot w / (2\pi) = \sqrt{7 \text{ g} / r} \cdot t / (2\pi) = \sqrt{7 \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2} / 10 \text{ m}} \cdot 60 \text{ s} / (2 \cdot 3,14) = \mathbf{25,02}$$

Kabína musí urobiť za minútu 25,02 otáčok.

b) Použijeme označenia z a).

Ako sme uviedli v a) pre uhlovú rýchlosť kabíny platí

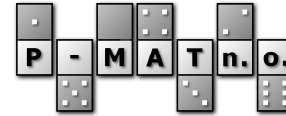
$$w = \sqrt{7 \text{ g} / r} = \sqrt{7 \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2} / 10 \text{ m}} = \mathbf{2,62 \text{ rad.s}^{-1}}$$

Uhlová rýchlosť kabíny má veľkosť 2,62 rad.s⁻¹.

Správne odpovede: a) 25,02 b) 2,62 rad.s⁻¹

Bodovanie:

- 2 body** za správnu odpoveď
- 2 body** za int. 26,73 až 26,76 v a)
- 2 body** za int. 26,62 až 26,66 v a)
- 2 body** za int. 25,00 až 25,04 v a)
- 1 bod** za int. 26,4 až 27,0 v a)
- 2 body** za int. 2,78 až 2,81 v b)
- 1 bod** za int. 2,75 až 2,85 v b)
- 0 bodov** za nesprávnu odpoveď



kategória **S3**

fyzIQ

2005/2006

Vzorové riešenia

5. séria pre žiakov 3. a 4. ročníka SŠ a septimy a oktávy OG

①

a) Označme si:

$m_b = 300 \text{ kg}$hmotnosť balóna

$V_b = 450 \text{ m}^3$objem balóna

$\rho = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$hustota vzduchu

$a_b = ?$zrýchlenie balóna

$F_b = ?$sila pôsobiaca na balón pri stúpaní

Na balón pôsobí vztlaková sila F_{vz} a gravitačná sila F_g . Ak sa balón pohybuje smerom nahor, je výsledná sila, ktorá naň pôsobí daná rozdielom týchto síl:

$$F_b = F_{vz} - F_g = V_b \cdot \rho \cdot g - m_b \cdot g$$

$$\text{Platí } F_b = m_b \cdot a_b$$

A zrýchlenie balóna teda je

$$a_b = F_b / m_b = (V_b \cdot \rho \cdot g - m_b \cdot g) / m_b =$$

$$= (450 \text{ m}^3 \cdot 1,3 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} - 300 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2}) / 300 \text{ kg} = \mathbf{9,31 \text{ m.s}^{-2}}$$

Balón sa pohybuje so zrýchlením 9,31 m.s⁻².

b) Použijeme označenia z a) a označíme si:

$t = 15 \text{ s}$čas výstupu

$h = ?$ výška, do ktorej balón vystúpi za čas t

Ak je pohyb balóna rovnomerne zrýchlený, tak za čas t sa balón dostane do výšky

$$h = a_b \cdot t^2 / 2 = 9,31 \text{ m.s}^{-2} \cdot 15 \text{ s} \cdot 15 \text{ s} / 2 = \mathbf{1047, 38 \text{ m}}$$

Balón vystúpi za uvedený čas do výšky 1047, 38 m.

Správne odpovede: a) 9,31 m.s⁻² b) 1047,38 m

Bodovanie:

- 2 body** za správnu odpoveď
- 1 bod** za iné hodnoty v int. 9,30 až 9,32 v a)
- 2 body** za hodnoty 1047,38 alebo 1047,375 v b)
- 1 bod** za iné hodnoty v int. 1046 až 1049 v b)
- 1 bod** za hodnotu 1068,75 ak v a) je 9,50 v b)
- 0 bodov** za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme si:

$v_d = 7,8 \text{ km.s}^{-1}$rýchlosť družice

$h_d = ?$vzdialenosť (výška) družice od povrchu planéty

$m_d = ?$hmotnosť družice

$M = M_z$hmotnosť planéty

$R = R_z$polomer planéty

Vo vzťažnej sústave družice vo výške h_d nad povrchom planéty, pôsobí na ňu gravitačná sila, ktorá ju priťahuje k planéte a odstredivá sila, ktorá ju od planéty odťahuje. Keďže družica sa stále nachádza v rovnakej výške nad povrchom sú absolútne veľkosti týchto síl rovnaké, t.j. platí

$$G \cdot m_d \cdot M_Z / (R_Z + h_d)^2 = m_d \cdot (v_d)^2 / (R_Z + h_d)$$

Z tejto rovnice môžeme vypočítať h_d

$$h_d = \sqrt{G \cdot M_Z / (v_d)^2 - R_Z} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} / (7800 \text{ ms}^{-1})^2 - 6370000 \text{ m}} = 207909 \text{ m} = \mathbf{207,91 \text{ km}}$$

Družica sa nachádza vo výške 207,91 km nad povrchom planéty.

b) Použijeme označenia z **a)** a označíme si:

$T = ?$ obežná doba družice

Pre obežnú dobu družice platí

$$T = 2 \pi \cdot (R_Z + h_d) / v_d = 2 \cdot 3,14 \cdot (6370000 \text{ m} + 207909 \text{ m}) / 7800 \text{ ms}^{-1} = \mathbf{5296,06 \text{ s}}$$

Obežná doba družice je 5296.06 s.

Správne odpovede: a) 207,91 km b) 5296,06 s

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

2 body za int. 207,90 až 207,92 v a)

1 bod za int. 207,8 až 208,0 v a)

1 bod za 199,91 v a)

2 body za int. 5296,0 až 5296,1 v b)

2 body za int. 5298,7 až 5298,8 v b)

1 bod za ostatné hodnoty z int. 5295 až 5300 v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si:

$Q = 20 \text{ C}$ náboj, ktorý preniesol blesk

$U = 10^8 \text{ V}$ napätie medzi mrakom a zemou

$t = 1 \text{ ms} = 0,001 \text{ s}$ doba trvania výboja

$I = ?$ stredná hodnota prúdu výboja

Prúd je daný podielom náboja a času trvania blesku:

$$I = Q / t = 20 \text{ C} / 0,001 \text{ s} = 20000 \text{ A} = \mathbf{20 \text{ kA}}$$

Veľkosť prúdu bola strednú hodnotu 20 kA.

b) Použijeme označenia z **a)** a označíme si:

$E = ?$ energia výboja

Ak sa napätie medzi mrakom a zemou počas výboja nemenilo,

energiu blesku môžeme určiť zo vzťahu:

$$E = Q \cdot U = 20 \text{ C} \cdot 10^8 \text{ V} = 2 \cdot 10^9 \text{ J} = \mathbf{2000 \text{ MJ}}$$

Výboj mal energiu 2000 MJ.

Správne odpovede: a) 20 kA b) 2000 MJ

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

2 body za hodnoty 2000 a 1000 v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Označme si:

$m_s = 20 \text{ g} = 0,02 \text{ kg}$ hmotnosť strely

$m_v = 3 \text{ kg}$ hmotnosť vozíka

$s = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$ posun vozíka

$f = 0,15$ súčiniteľ trenia pri pohybe vozíka

$v_s = ?$ rýchlosť strely pred zrážkou

$v_{v+s} = ?$ rýchlosť sústavy vozík – strela tesne po zrážke

Keď strela vnikne do vozíka, uviazne v ňom a ďalej sa pohybujú spolu ako jedno teleso.

V tomto prípade platí zákon zachovania hybnosti, podľa ktorého

$$m_s \cdot v_s = (m_s + m_v) \cdot v_{v+s}$$

Na sústavu vozík - strela bude pôsobiť trecia sila $F_t = (m_s + m_v) \cdot g \cdot f$, ktorá vozík zastaví rovnomerne spomaleným pohybom.

Pre posun vozíku do zastavenia platí:

$$s = 0,5 a \cdot t^2 = 0,5 (v_{v+s} / a)^2 \cdot a = 0,5 (v_{v+s})^2 / (g \cdot f)$$

Z tejto rovnice môžeme vyjadriť v_{v+s} :

$$v_{v+s} = \sqrt{(2s \cdot g \cdot f)}$$

S pomocou prvej rovnice a predchádzajúcej rovnice už vieme určiť rýchlosť strely:

$$v_s = (m_s + m_v) \cdot v_{v+s} / m_s = (m_s + m_v) \cdot \sqrt{(2s \cdot g \cdot f)} / m_s =$$

$$= (3 \text{ kg} + 0,02 \text{ kg}) \cdot \sqrt{(2 \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,15)} / 0,02 \text{ kg} = \mathbf{200,55 \text{ ms}^{-1}}$$

Strela mala pred zrážkou rýchlosť 200,55 ms⁻¹.

b) Použijeme označenia z **a)** a označíme si:

$E_k = ?$ kinetická energia sústavy vozík - strela, tesne po vniknutí strely do vozíka

Kinetická energia sústavy vozík - strela, tesne po vniknutí strely do vozíka je

$$E_k = 0,5 (m_s + m_v) \cdot (v_{v+s})^2$$

Pre posun vozíka do zastavenia platí:

$$s = 0,5 a \cdot t^2 = 0,5 (v_{v+s} / a)^2 \cdot a = 0,5 (v_{v+s})^2 / (g \cdot f)$$

Z tejto rovnice môžeme vyjadriť $(v_{v+s})^2$:

$$(v_{v+s})^2 = (2s \cdot g \cdot f)$$

Dosadením do prvej rovnice dostávame:

$$E_k = 0,5 (m_s + m_v) \cdot (v_{v+s})^2 = 0,5 (m_s + m_v) \cdot (2s \cdot g \cdot f) =$$

$$= 0,5 \cdot (3 \text{ kg} + 0,02 \text{ kg}) \cdot (2 \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,15) = \mathbf{2,66 \text{ J}}$$

Tesne po vniknutí strely mala sústava kinetickú energiu 2,66 J.

Správne odpovede: a) 200,55 ms⁻¹ b) 2,66 J

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

2 body za hodnoty v int. 200,5 až 200,6 v a)

1 bod za hodnoty v int. 199 až 202 v a)

2 body za hodnoty v int. 2,66 až 2,67 v b)

1 bod za ostatne hodnoty v int. 2,63 až 2,70 v b)

1 bod za hodnotu 0,27 ak v a) je hodnota v int. 64,0 až 64,1 v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď