

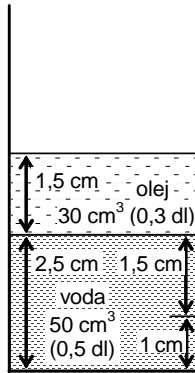
b) Kamión išiel po diaľnici rýchlosťou $v = 79,8 \text{ km/h} = (79,8 : 3,6) \text{ m/s} = (22 + 1/6) \text{ m/s}$. Svetelná dopravná značka svietila pre pána Bezohľadného 3 sekundy. Za tento čas ($t = 3 \text{ s}$) prešiel kamión po diaľnici dráhu $s = v \cdot t = (22 + 1/6) \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = (66 + 1/2) \text{ m} = 66,5 \text{ m}$. V momente, keď svetelná dopravná značka zhasla, bol vodič kamiónu 18 m pred ňou. O 3 sekundy skôr – v momente, keď sa značka rozsvietila – bol vodič kamiónu pred ňou 18 m + "dráha, ktorú prešiel za tie 3 sekundy", a to je $18 \text{ m} + s = 18 \text{ m} + 66,5 \text{ m} = 84,5 \text{ m}$. **Keď svetelná dopravná značka zasvietila pre pána Bezohľadného, bol vodič kamiónu od nej vzdialený 84,5 m.**

Správne odpovede: a) 90 m b) 84,5 m
Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
 1 bod za hodnotu v intervale od 84,48 m do 84,52 m v b)
 0 bodov za nesprávnu odpoveď

⑤

Označme si:
 $V_{\text{voda}} = 0,5 \text{ dl} = 50 \text{ ml} = 50 \text{ cm}^3$ objem vody v dvojdecovom pohári
 $V_{\text{olej}} = 0,3 \text{ dl} = 30 \text{ ml} = 30 \text{ cm}^3$ objem oleja v dvojdecovom pohári
 $\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/cm}^3 = 1,00 \text{ g/cm}^3$ hustota vody
 $\rho_{\text{olej}} = 920 \text{ kg/cm}^3 = 0,92 \text{ g/cm}^3$ hustota oleja

Zo zadania vieme, že 0,3 dl oleja vytvorilo v dvojdecovom pohári tvaru valca na hladine vody vrstvu hrubú 1,5 cm. To znamená, že 0,1 dl kvapaliny vytvorí v tomto pohári vrstvu hrubú $1,5 \text{ cm} : 3 = 0,5 \text{ cm}$. Preto 0,5 dl vody vytvorí v tomto pohári vrstvu hrubú $5 \cdot 0,5 \text{ cm} = 2,5 \text{ cm}$. Takže hladina vody bola vo výške 2,5 cm nad dnom pohára a hladina oleja vo výške 2,5 cm + 1,5 cm = 4 cm nad dnom pohára.



a) Hydrostatický tlak p_h vo výške 1 cm nad dnom pohára je vlastne hydrostatický tlak v hĺbke 1,5 cm pod hladinou vody. Tento tlak je vyvolaný jednak 1,5-centimetrovou vrstvou vody (označme si $h_{\text{voda}} = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$), jednak 1,5-centimetrovou vrstvou oleja, ktorý plával na hladine vody (označme si $h_{\text{olej}} = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$). Platí teda:

$$p_h = \rho_{\text{voda}} \cdot h_{\text{voda}} \cdot g + \rho_{\text{olej}} \cdot h_{\text{olej}} \cdot g = 0,015 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ N/kg} + 0,015 \text{ m} \cdot 920 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ N/kg} = 150 \text{ Pa} + 138 \text{ Pa} = 288 \text{ Pa}.$$

Keď olej plával na vode, bol vo výške 1 cm nad dnom hydrostatický tlak 288 Pa.

b) Na výpočet hydrostatického tlaku v kvapaline v druhom pohári potrebujeme poznať hustotu tejto kvapaliny. Preto najprv zistíme jej hmotnosť a objem. Podľa zadania má táto kvapalina rovnakú hmotnosť a rovnaký objem ako voda a olej v prvom pohári dokopy. Hmotnosť vody v prvom pohári je $m_{\text{voda}} = V_{\text{voda}} \cdot \rho_{\text{voda}} = 50 \text{ cm}^3 \cdot 1,00 \text{ g/cm}^3 = 50 \text{ g}$ a hmotnosť oleja v prvom pohári je $m_{\text{olej}} = V_{\text{olej}} \cdot \rho_{\text{olej}} = 30 \text{ cm}^3 \cdot 0,92 \text{ g/cm}^3 = 27,6 \text{ g}$. Takže hmotnosť kvapaliny v druhom pohári je $m = m_{\text{voda}} + m_{\text{olej}} = 50 \text{ g} + 27,6 \text{ g} = 77,6 \text{ g}$. Jej objem je $V = V_{\text{voda}} + V_{\text{olej}} = 50 \text{ cm}^3 + 30 \text{ cm}^3 = 80 \text{ cm}^3$. Takže hustota kvapaliny v druhom pohári je $\rho = m / V = 77,6 \text{ g} / 80 \text{ cm}^3 = 0,97 \text{ g/cm}^3 = 970 \text{ kg/m}^3$.

Keďže obidva poháre sú rovnaké, tak aj v druhom pohári bude hladina kvapaliny vo výške 4 cm nad dnom pohára. To znamená, že vo výške 1 cm nad dnom druhého pohára bude taký hydrostatický tlak, aký je v hĺbke $h = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$ pod hladinou kvapaliny v druhom pohári. Tento tlak vypočítame: $p_h = h \cdot \rho \cdot g = 0,03 \text{ m} \cdot 970 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ N/kg} = 291 \text{ Pa}$.

V druhom pohári by bol vo výške 1 cm nad dnom hydrostatický tlak 291 Pa.

Správne odpovede: a) 288 Pa b) 291 Pa
Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
 0 bodov za nesprávnu odpoveď



kategória **K**

fyzIQ

2005/2006

Vzorové riešenia

1. séria pre žiakov kvarty OG

①

Počas Andrejovho merania sa panel pohyboval rovnomerným pohybom zvislo nahor. Za čas $t = 56 \text{ s}$ sa dostal z výšky $h_1 = 7 \text{ m}$ nad zemou do výšky $h_2 = 21 \text{ m}$ nad zemou, čiže prešiel dráhu $s = h_2 - h_1 = 21 \text{ m} - 7 \text{ m} = 14 \text{ m}$. Z toho môžeme vypočítať, akou rýchlosťou sa panel pohyboval počas Andrejovho merania: $v = s / t = 14 \text{ m} / 56 \text{ s} = 0,25 \text{ m/s}$.

Podľa zadania má panel hmotnosť $m = 3,2 \text{ t} = 3200 \text{ kg}$. Tento panel pri zdvíhaní voľne visí na lane (háku) žeriava. Vtedy naňho pôsobí jednak gravitačná sila Zeme F_g , jednak sila F , ktorou ho žeriav prostredníctvom lana (háku) „drží vo vzduchu“; pričom tieto dve sily sú v rovnováhe. Vieme, že gravitačná sila pôsobí na panel v smere zvislo nadol a jej veľkosť je $F_g = m \cdot g = 3200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 32000 \text{ N}$. Preto sila F musí pôsobiť na panel v smere zvislo nahor a jej veľkosť musí byť rovnaká ako veľkosť gravitačnej sily F_g , čiže $F = 32000 \text{ N}$.

Žeriav teda pôsobí na panel prostredníctvom lana (háku) silou $F = 32000 \text{ N}$ v smere zvislo nahor, čiže v tom istom smere, ako sa panel pri zdvíhaní pohybuje. Mechanická práca, ktorú pri tom vykoná, závisí od dráhy s , ktorú panel pri zdvíhaní prešiel: $W = F \cdot s = 32000 \text{ N} \cdot s$.

a) Za prvých 30 sekúnd Andrejovho merania (teda za čas $t_1 = 30 \text{ s}$) prešiel panel rýchlosťou $v = 0,25 \text{ m/s}$, ktorú sme vypočítali na začiatku, dráhu $s_1 = v \cdot t_1 = 0,25 \text{ m/s} \cdot 30 \text{ s} = 7,5 \text{ m}$. Preto za tento čas vykonal žeriav pri zdvíhaní panela mechanickú prácu

$$W_1 = F \cdot s_1 = 32000 \text{ N} \cdot 7,5 \text{ m} = 240000 \text{ J} = 240 \text{ kJ}.$$

Za prvých 30 sekúnd Andrejovho merania vykonal žeriav mechanickú prácu 240 kJ.

b) Pri zdvíhaní panela (počas Andrejovho merania) prešiel panel za jednu sekundu (teda za čas $t_1 = 1 \text{ s}$) dráhu $s_1 = v \cdot t_1 = 0,25 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = 0,25 \text{ m}$. Za tento čas vykonal žeriav pri zdvíhaní panela mechanickú prácu $W_1 = F \cdot s_1 = 32000 \text{ N} \cdot 0,25 \text{ m} = 8000 \text{ J} = 8 \text{ kJ}$.

Za x -krát dlhší čas prešiel panel pri zdvíhaní x -krát dlhšiu dráhu, a preto aj žeriav za ten čas vykonal x -krát väčšiu mechanickú prácu. To isté, ináč povedané: za čas $t = x \cdot t_1 = x \cdot 1 \text{ s}$ prešiel panel dráhu $s = x \cdot s_1 = x \cdot 0,25 \text{ m}$ a žeriav pri tom vykonal prácu $W = x \cdot W_1 = x \cdot 8 \text{ kJ}$.

Chceme zistiť, za aký čas vykonal žeriav mechanickú prácu $W = 10 \text{ kJ}$. Práca $W = 10 \text{ kJ}$ je (10/8)-krát väčšia ako práca $W_1 = 8 \text{ kJ}$, a preto ju žeriav vykonal za čas t , ktorý je (10/8)-krát dlhší ako čas $t_1 = 1 \text{ s}$. Z toho dostaneme, že čas t je $t = (10/8) \cdot t_1 = 1,25 \cdot 1 \text{ s} = 1,25 \text{ s}$.

Pri zdvíhaní panela žeriav vykonal mechanickú prácu 10 kJ za 1,25 sekundy.

Správne odpovede: a) 240 kJ b) 1,25 s
Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
 1 bod za hodnotu v intervale od 1,24 s do 1,26 s v b)
 0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme si:

$s_1 = 2 \text{ km}$ dĺžka úseku z Vyšnej Polianky na Rázcestie pod Veľkým Hrbom
 s_2 dĺžka úseku od Rázcestia pod Veľkým Hrbom do Malej Brezovej
 $v_1 = 2,5 \text{ km/h}$ rýchlosť, ktorou Kováčovci zvyčajne prejdú úsek z Polianky na Rázcestie

$v_2 = 3,5 \text{ km/h}$ rýchlosť, ktorou Kováčovci zvyčajne prejdú úsek od Rázcestia do Brezovej
 $v_{1s} = 3 \text{ km/h}$ rýchlosť, ktorou prešli K. úsek z Polianky na Rázcestie minulú sobotu
 $v_{2s} = 4 \text{ km/h}$ rýchlosť, ktorou prešli K. úsek od Rázcestia do Brezovej minulú sobotu
 t_1 čas, za ktorý Kováčovci zvyčajne prejdú úsek z Polianky na Rázcestie
 t_2 čas, za ktorý Kováčovci zvyčajne prejdú úsek od Rázcestia do Brezovej
 t_{1s} čas, za ktorý prešli K. úsek z Polianky na Rázcestie minulú sobotu
 t_{2s} čas, za ktorý prešli K. úsek od Rázcestia do Brezovej minulú sobotu

Vieme, že Kováčovci zvyčajne prejdú obidva úseky za rovnako dlhý čas. Platí teda $t_1 = t_2$.
 Úsek z Polianky na Rázcestie – dráhu $s_1 = 2 \text{ km}$ – zvyčajne prejdú rýchlosťou $v_1 = 2,5 \text{ km/h}$
 za čas t_1 , ktorý vypočítame: platí $s_1 = v_1 \cdot t_1$, a z toho je $t_1 = s_1 / v_1 = 2 \text{ km} / (2,5 \text{ km/h}) = 0,8 \text{ h}$.
 Úsek od Rázcestia do Brezovej – dráhu s_2 – zvyčajne prejdú rýchlosťou $v_2 = 3,5 \text{ km/h}$ za
 ten istý čas, teda za čas $t_2 = t_1 = 0,8 \text{ h}$. Preto je $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 3,5 \text{ km/h} \cdot 0,8 \text{ h} = 2,8 \text{ km}$.

Minulú sobotu prešli Kováčovci úsek z Polianky na Rázcestie – dráhu $s_1 = 2 \text{ km}$ rýchlosťou
 $v_{1s} = 3 \text{ km/h}$ za čas t_{1s} , ktorý vypočítame: $t_{1s} = s_1 / v_{1s} = 2 \text{ km} / (3 \text{ km/h}) = (2/3) \text{ h} = 40 \text{ min}$.
 Podobne dostaneme, že úsek od Rázcestia do Brezovej – dráhu $s_2 = 2,8 \text{ km}$ prešli minulú
 sobotu rýchlosťou $v_{2s} = 4 \text{ km/h}$ za čas $t_{2s} = s_2 / v_{2s} = 2,8 \text{ km} / (4 \text{ km/h}) = 0,7 \text{ h} = 42 \text{ min}$.
 Vidíme, že $t_{2s} > t_{1s}$ a $t_{2s} - t_{1s} = 42 \text{ min} - 40 \text{ min} = 2 \text{ min}$. Preto **minulú sobotu išli Kováčovci úsek od Rázcestia do Brezovej o 2 min dlhšie než úsek z Polianky na Rázcestie**.

b) Využijeme označenie a výpočty z časti a). Ďalej si označíme:

v_p priemerná rýchlosť Kováčovcov na celej trase zvyčajne
 v_{ps} priemerná rýchlosť Kováčovcov na celej trase minulú sobotu
 t čas, za ktorý Kováčovci zvyčajne prejdú celú trasu z Polianky do Brezovej
 t_s čas, za ktorý prešli Kováčovci celú trasu minulú sobotu

Dĺžka celej trasy z Polianky do Brezovej je $s = s_1 + s_2 = 2 \text{ km} + 2,8 \text{ km} = 4,8 \text{ km}$.
 Priemernú rýchlosť Kováčovcov na celej trase vypočítame ako podiel celkovej dráhy s ,
 ktorú prešli, a celkového času t (alebo t_s), za ktorý túto dráhu prešli.
 Kováčovci zvyčajne chodievajú celú trasu bez zastávky. Ak prejdú obidva úseky za čas
 $t_1 = t_2 = 0,8 \text{ h}$ (ako zvyčajne), tak celú trasu prejdú za čas $t = t_1 + t_2 = 0,8 \text{ h} + 0,8 \text{ h} = 1,6 \text{ h}$.
 V takom prípade je ich priemerná rýchlosť na celej trase $v_p = s / t = 4,8 \text{ km} / 1,6 \text{ h} = 3 \text{ km/h}$.
 V časti a) sme vypočítali, že minulú sobotu prešli Kováčovci úsek z Polianky na Rázcestie
 za čas $t_{1s} = 40 \text{ min}$ a úsek od Rázcestia do Brezovej za čas $t_{2s} = 42 \text{ min}$. Celú trasu teda
 prešli za čas $t_s = t_{1s} + t_{2s} = 40 \text{ min} + 42 \text{ min} = 82 \text{ min} = (82/60) \text{ h}$. Takže ich priemerná rýchlosť
 na celej trase minulú sobotu bola
 $v_{ps} = s / t_s = 4,8 \text{ km} / (82/60) \text{ h} = (60 \cdot 4,8) \text{ km} / 82 \text{ h} = (288/82) \text{ km/h} \approx 3,5122 \text{ km/h}$.
 Minulú sobotu mali Kováčovci na celej trase priemernú rýchlosť väčšiu ako zvyčajne, a to o
 $v_{ps} - v_p = (288/82) \text{ km/h} - 3 \text{ km/h} = ((288 - 246) / 82) \text{ km/h} = (42/82) \text{ km/h} \approx \mathbf{0,51 \text{ km/h}}$.

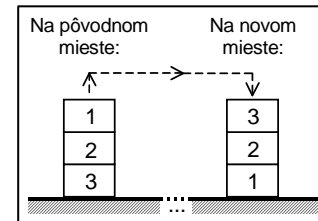
Správne odpovede: a) **C: úsek od Ráz. do Brezovej o 2 min dlhšie** b) **0,51 km/h**
Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
2 body za hodnotu 0,512 alebo 0,5122 alebo 21/41 v b)
1 bod za odpoveď C s nesprávnou číselnou hodnotou v a)
1 bod za odpoveď B s hodnotou 2 min v a)
1 bod za hodnotu v intervale od 0,51 km/h do 0,515 km/h v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

Podľa zadania majú všetky tri krabice rovnakú hmotnosť – označme si ju m . Preto na
 všetky tri krabice pôsobí Zem v smere zvislo nadol rovnako veľkou gravitačnou silou F_g . Jej
 veľkosť je $F_g = m \cdot g$, kde $g = 10 \text{ N/kg}$. Pri prenášaní krabíc pôsobí kolega Ďuro na každú
 krabicu určitou silou F v smere zvislo nahor. Veľkosť tejto sily je rovnaká ako veľkosť gravi-

tačnej sily F_g , ktorou na tú krabicu pôsobí Zem. To znamená, že na všetky tri krabice pôso-
 bí kolega Ďuro pri prenášaní rovnako veľkou silou F , ktorej veľkosť je $F = F_g = m \cdot g$.
 Podľa zadania sa krabice pri prenášaní pohybujú najprv zvislo nahor (tak, aby sa ich "dno"
 dostalo do výšky 59 cm nad podlahou), potom vo vodorovnom smere (ich výška nad podla-
 hou sa vtedy nemení) a nakoniec zvislo nadol – pozri obrázok:

Kolega Ďuro koná pri prenášaní krabíc mechanickú prácu len vtedy, keď pôsobí na krabice silou v tom istom smere,
 v ktorom sa krabice práve pohybujú, teda pri zdvíhaní krabíc na začiatku prenášania. (Po celý čas prenášania pôso-
 bí na krabice silou F v smere zvislo nahor.) Keď sa krabice pohybujú vo vodorovnom smere, čiže v smere kolmom na
 smer sily F , alebo v smere zvislo nadol, čiže v opačnom smere než pôsobí sila F , kolega Ďuro mechanickú prácu
 nekoná. To znamená, že kolega Ďuro vykonal pri prenášaní krabíc takú mechanickú prácu,
 akú vykonal pri ich zdvíhaní na začiatku prenášania.



Mechanická práca, ktorú vykonal kolega Ďuro pri zdvíhaní jednotlivých krabíc, závisí od
 dráhy, ktorú tá-ktorá krabica pri zdvíhaní prešla. Na pôvodnom mieste sa "dno" spodnej
 krabice nachádzalo priamo na podlahe. Zo zadania vieme, že každá krabica má výšku
 28 cm. Takže "dno" strednej krabice sa nachádzalo vo výške 28 cm nad podlahou a "dno"
 vrchnej krabice vo výške 56 cm (= 2 · 28 cm) nad podlahou. Kolega Ďuro všetky tri krabice
 zdvihol tak, aby sa ich "dno" dostalo do výšky 59 cm nad podlahou. To znamená, že vrchná
 krabica prešla pri zdvíhaní dráhu $s_1 = 59 \text{ cm} - 56 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$, stredná krabica dráhu
 $s_2 = 59 \text{ cm} - 28 \text{ cm} = 31 \text{ cm}$ a spodná krabica dráhu $s_3 = 59 \text{ cm}$.

Pri zdvíhaní prvej krabice vykonal kolega Ďuro mechanickú prácu $W_1 = F \cdot s_1$, pri zdvíhaní
 druhej krabice $W_2 = F \cdot s_2$ a pri zdvíhaní tretej krabice $W_3 = F \cdot s_3$.

a) Pri zdvíhaní krabíc pôsobil kolega Ďuro na všetky tri krabice rovnako veľkou silou F .
 Preto stačí porovnať dráhy, ktoré prešli pri zdvíhaní jednotlivé krabice. Dráha $s_3 = 59 \text{ cm}$,
 ktorú prešla pri zdvíhaní tretia krabica, je väčšia ako súčet dráh $s_1 = 3 \text{ cm}$ a $s_2 = 31 \text{ cm}$,
 ktoré prešli pri zdvíhaní prvé dve krabice. Preto mechanická práca W_3 , ktorú vykonal
 kolega Ďuro pri prenášaní (= pri zdvíhaní) tretej krabice, je väčšia ako mechanická práca
 $W_{12} = W_1 + W_2$, ktorú vykonal pri prenášaní (= pri zdvíhaní) prvých dvoch krabíc.
Kolega Ďuro vykonal väčšiu mechanickú prácu pri prenášaní tretej krabice.

b) Podľa zadania vykonal kolega Ďuro pri prenášaní tretej krabice mechanickú prácu
 $W_3 = 75,4 \text{ J}$. Už vieme, že túto mechanickú prácu vykonal pri zdvíhaní krabice, pričom platí
 $W_3 = F \cdot s_3$. Ak pri zdvíhaní prešla tretia krabica dráhu $s_3 = 59 \text{ cm} = 0,59 \text{ m}$, tak počas zdví-
 hania musel na ňu kolega Ďuro pôsobiť silou $F = W_3 / s_3 = 75,4 \text{ J} / 0,59 \text{ m} = 127,7966 \text{ N}$.
 Pritom vieme, že pre veľkosť tejto sily platí $F = m \cdot g$. Z toho vypočítame hmotnosť krabice:
 $m = F / g = 127,7966 \text{ N} / (10 \text{ N/kg}) = 12,77966 \text{ kg} \approx \mathbf{12,78 \text{ kg}}$.
Hmotnosť jednej krabice je 12,78 kg.

Správne odpovede: a) **B: pri prenášaní tretej krabice** b) **12,78 kg**
Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Pán Bezohľadný stihol za tie dve sekundy, čo videl svietiť svetelnú dopravnú značku,
 prejsť po diaľnici od radaru až k nej. Išiel rýchlosťou $v = 162 \text{ km/h} = (162 : 3,6) \text{ m/s} = 45 \text{ m/s}$
 a touto rýchlosťou prešiel za čas $t = 2 \text{ s}$ dráhu $s = v \cdot t = 45 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} = 90 \text{ m}$. To znamená, že
 od radaru ku svetelnej dopravnej značke musel prejsť dráhu 90 m; a teda **svetelná do-
 pravná značka musela byť umiestnená vo vzdialenosti 90 m od radaru**.