Podľa zadania je s_1 = 159,2 km – 125,8 km = 33,4 km a
s_2 = (165,1 km – 159,2 km) + (125,8 km – 118,7 km) = 5,9 km + 7,1 km = 13,0 km . Takže úsek medzi 118,7. a 165,1. km prejdeme po diaľnici za čas
t_{12} = (33,4 km / (60 km/h)) + (13,0 km / (130 km/h))
t_{12} = (33,4/60) h + (1/10) h = 33,4 min + 6 min = 39,4 min = 2364 s.
Po obchádzke po rýchlostnej komunikácii prejdeme medzi 118,7. a 165,1. km za čas
t_3 = 56 km / (90 km/h) = (56/90) h = (3600.56/90) s = 2240 s.
Vidíme, že pre zadané číselné hodnoty je $t_3 < t_{12}$. To znamená, že jazdou po obchádzke **ušetríme** čas t = t_{12} – t_3 = 2364 s – 2240 s = **124 s**.
Áno, ušetríme 124 s.

b)
Medzi 118,7. a 165,1. km by sme v prípade jazdy po diaľnici prešli dráhu $s_{12} = s_1 + s_2$ za čas t_{12} , ktorý sme vypočítali v časti a). Preto priemerná rýchlosť jazdy po diaľnici medzi 118,7. a 165,1. km je $v_p = s_{12} / t_{12} = (s_1 + s_2) / (s_1/v_1 + s_2/v_2)$. Po dosadení číselných hodnôt dostaneme v_p = (33,4 km + 13,0 km) / ((33,4 km / (60 km/h)) + (13,0 km / (130 km/h)))
v_p = 46,4 km / ((33,4/60) h + (1/10) h) = 46,4 km / ((39,4/60) h) = **70,66 km/h**.
V prípade jazdy po diaľnici medzi 118,7. a 165,1. km by naša priemerná rýchlosť bola 70,66 km/h.

Správne odpovede: **a) A: Áno, ušetríme 124 s.** **b) 70,66 km/h**

Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
2 body za odpoveď A, 123,99 s alebo A, 124,01 s v a)
1 bod za odpoveď A v a) (s nesprávnou číselnou hodnotou)
1 bod za hodnotu v intervale od 70,6 km/h do 70,7 km/h v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

⑤

Hydrostatický tlak v kvapaline závisí od hĺbky, v ktorej by sme ho merali – v tej istej kvapaline je vo väčšej hĺbke pod hladinou väčší hydrostatický tlak než v menšej hĺbke pod hladinou.

a)
Podľa obrázku v zadaní, Kubko sa nachádza v menšej hĺbke pod hladinou než Miško a Maťko. Preto **najmenší hydrostatický tlak pôsobí na Kubka.**

b)
V časti znázornenej na obrázku dosahuje more najväčšiu hĺbku na dne pod Maťkom. Preto najväčší hydrostatický tlak (v časti na obrázku) pôsobí **na dne pod Maťkom**.

Správne odpovede: **a) A: na Kubka** **b) B: na dne pod Maťkom**

Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

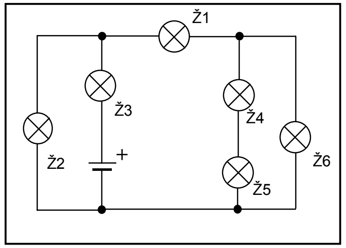
fyzIQ

6. ročník

kat. K

Vzorové riešenia
5. séria pre žiakov kvarty OG

①



Vieme, že v rozvetvenom elektrickom obvode prechádza ktoroukoľvek vetvou menší prúd ako nerozvetvenou časťou. (Elektrický prúd prechádzajúci nerozvetvenou časťou sa “delí” na “časti”, ktoré prechádzajú jednotlivými vetvami.)
V obvode zo zadania úlohy, elektrický prúd, vychádzajúci zo zdroja napätia, prechádza najprv žiarovkou Ž3, a potom sa delí na dve časti: jedna časť prechádza žiarovkou Ž2, druhá časť žiarovkou Ž1. Takže žiarovkou Ž3 prechádza väčší prúd než žiarovkami Ž1 a Ž2.
Elektrický prúd, prechádzajúci žiarovkou Ž1, sa v pravej časti obvodu delí na dve časti: jedna časť prechádza žiarovkami Ž4 a Ž5, druhá časť žiarovkou Ž6. Preto žiarovkami Ž4, Ž5 a Ž6 prechádza menší prúd než žiarovkou Ž1.
Ak nemáme žiadne ďalšie informácie o žiarovkách zapojených v obvode, nemôžeme s istotou povedať, ktorou zo žiaroviek Ž1 a Ž2 prechádza väčší prúd – rôznymi kombináciami rôznych žiaroviek sa totiž dajú dosiahnuť obidve možnosti.
S istotou vieme povedať, že:
a) žiarovkou Ž3 prechádza väčší prúd ako žiarovkou Ž1;
b) žiarovkami Ž4, Ž5 a Ž6 prechádza menší prúd ako žiarovkou Ž1.

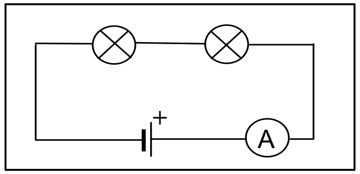
Správne odpovede: **a) B** (len táto jedna je správna) **b) C, D, E**

Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď A a B v a)
1 bod za odpoveď A, C, D, E v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

Označme si:
$R_Ž$ = 155 Ω .... odpor žltej žiarovky
$R_Č$ = 95 Ω .... odpor červenej žiarovky
R_Z = ? .... odpor zelenej žiarovky
$I_{ŽČ}$ = 24 mA .... prúd prechádzajúci žltou a červenou žiarovkou
$I_{ZČ}$ = 25 mA .... prúd prechádzajúci zelenou a červenou žiarovkou
$I_{ŽZ}$ = ? .... prúd prechádzajúci žltou a zelenou žiarovkou
U = ... napätie zdroja

V tejto úlohe sa celkový odpor obvodu pripojeného na zdroj napätia (t. j. dvoch žiaroviek, spojovacích vodičov a ampérmetra) rovná súčtu odporov žiaroviek, ktoré sú zapojené v obvode. Zároveň sa rovná podielu napätia na zdroji a prúdu prechádzajúceho obvodom.



a)
Ak sú v obvode zapojené do série žltá a červená žiarovka, platí $U / I_{ŽČ} = R_Ž + R_Č$. Z toho môžeme určiť napätie zdroja: $U = (R_Ž + R_Č) . I_{ŽČ}$.
Ak sú v obvode zapojené do série zelená a červená žiarovka, platí $U / I_{ZČ} = R_Z + R_Č$. Pre odpor zelenej žiarovky potom platí $R_Z = U / I_{ZČ} – R_Č = (R_Ž + R_Č) . I_{ŽČ} / I_{ZČ} – R_Č$. Po dosadení zadaných číselných hodnôt dostaneme $R_Z = (155\ \Omega + 95\ \Omega) . 24\ \text{mA} / 25\ \text{mA} – 95\ \Omega$
$R_Z = 250\ \Omega . 24\ \text{mA} / 25\ \text{mA} – 95\ \Omega = 240\ \Omega – 95\ \Omega =$ **145 Ω**.
Odpor zelenej žiarovky je 145 Ω.

b)
Ak sú v obvode zapojené do série žltá a zelená žiarovka, platí $U / I_{ŽZ} = R_Ž + R_Z$, a z toho je $I_{ŽZ} = U / (R_Ž + R_Z)$. Využijeme z časti a) vyjadrenie pre napätie zdroja U a pre odpor zelenej žiarovky R_Z a dostaneme $I_{ŽZ} = (R_Ž + R_Č) . I_{ŽČ} / (R_Ž + (R_Ž + R_Č) . I_{ŽČ} / I_{ZČ} – R_Č)$.
Po dosadení zadaných číselných hodnôt je prúd prechádzajúci žltou a zelenou žiarovkou
$I_{ŽZ} = (155\ \Omega + 95\ \Omega) . 24\ \text{mA} / (155\ \Omega + (155\ \Omega + 95\ \Omega) . 24\ \text{mA} / 25\ \text{mA} – 95\ \Omega)$
$I_{ŽZ} = 250\ \Omega . 24\ \text{mA} / (155\ \Omega + 145\ \Omega) = 6000\ \Omega.\text{mA} / 300\ \Omega =$ **20 mA**.
Ampérmeter by nameral prúd 20 mA.

Správne odpovede: **a) 145 Ω** **b) 20 mA**

Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
1 bod za 0,02 mA v b), ak je v a) presne 145 Ω
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

Označme si:
a_k .... dĺžka kratšieho ramena váh
a_d .... dĺžka dlhšieho ramena váh
$k = 1,5$ .... koľkokrát je dlhšie rameno dlhšie ako kratšie rameno, $a_d = k.a_k$
$m_z = 100$ g .... hmotnosť závažia
$m_c = ?$ .... hmotnosť jedného cukríka
$n = 20$ .... počet cukríkov, ktoré „vyvážia“ závažie na miske na kratšom ramene
$x = ?$ .... počet cukríkov, ktoré „vyvážia“ závažie na miske na dlhšom ramene

Nebudeme počítať so silami, ktoré pôsobia na ramená váh, keď sú misky prázdne. Vtedy sú totiž váhy v rovnováhe, čiže aj momenty týchto síl sú v rovnováhe, a preto neovplyvnia naše ďalšie výpočty.

a)
Keď na misku zavesenú na konci kratšieho ramena položí predavač závažie hmotnosti m_z, tak na konci kratšieho ramena bude pôsobiť v smere zvislo nadol navyše sila $F_{k1} = m_z . g$, ktorej moment je $M_{k1} = F_{k1} . a_k = m_z . g . a_k$. Keď na misku zavesenú na konci dlhšieho ramena položí predavač n cukríkov, tak na konci dlhšieho ramena bude pôsobiť v smere zvislo nadol navyše sila $F_{d1} = n . m_c . g$, ktorej moment je $M_{d1} = F_{d1} . a_d = n . m_c . g . k . a_k$.
Ak majú byť váhy aj v tejto situácii v rovnováhe, musia sa momenty M_{k1} a M_{d1} rovnať, čiže musí platiť $m_z . g . a_k = n . m_c . g . k . a_k$. Z tejto rovnice vyjadríme $m_c = (m_z . g . a_k) / (n . g . k . a_k) = m_z / (n . k)$ a po dosadení zadaných číselných hodnôt dostaneme hmotnosť jedného cukríka $m_c = 100\ \text{g} / (20 . 1,5) = 100\ \text{g} / 30 = (10/3)\ \text{g} =$ **3,33 g**.
Jeden cukrík má hmotnosť 3,33 g.

b)
Keď na misku zavesenú na konci dlhšieho ramena položí predavač závažie hmotnosti m_z, tak na konci dlhšieho ramena bude pôsobiť v smere zvislo nadol navyše sila $F_{d2} = m_z . g$, ktorej moment je $M_{d2} = F_{d2} . a_d = m_z . g . k . a_k$. Keď na misku zavesenú na konci kratšieho ramena položí predavač x cukríkov, tak na konci kratšieho ramena bude pôsobiť v smere zvislo nadol navyše sila $F_{k2} = x . m_c . g$, ktorej moment je $M_{k2} = F_{k1} . a_k = x . m_c . g . a_k$. Aby sa tieto dva momenty rovnali, musí platiť $m_z . g . k . a_k = x . m_c . g . a_k$. Z tejto rovnice vyjadríme počet cukríkov $x = (m_z . g . k . a_k) / (m_c . g . a_k) = m_z . k / m_c$. Hmotnosť jedného cukríka sme už vypočítali v časti a), $m_c = m_z / (n . k)$. Takže máme $x = (m_z . k) / (m_z / (n . k))$ a po dosadení číselných hodnôt $x = (100\ \text{g} . 1,5) / (100\ \text{g} / (20 . 1,5)) = 1,5 . 1,5 . 20 =$ **45**.
Predavač by musel dať na druhú misku 45 cukríkov.

Správne odpovede: **a) 3,33 g** **b) 45 cukríkov**

Bodovanie:
2 body za správnu odpoveď
2 body za 10/3 g alebo $3\frac{1}{3}$ g v a)
2 body za $3,\overline{3}$ g alebo $3,3\overline{3}$ g alebo $3,\overline{33}$ g v a)
1 bod za 3,3 g alebo 3,34 g alebo 3,35 g v a)
1 bod za 45,04 alebo 45,05 v b), ak je v a) presne 3,33 g
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

Označme si:
s_1 .... dĺžka opravovaného úseku
s_2 .... dĺžka neopravovanej časti diaľnice medzi 118,7. a 165,1. km
$s_3 = 56$ km .... dĺžka obchádzky po rýchlostnej komunikácii
$v_1 = 60$ km/h .... max. povolená rýchlosť na opravovanom úseku
$v_2 = 130$ km/h .... max. povolená rýchlosť na diaľnici (na neopravovanej časti)
$v_3 = 90$ km/h .... max. povolená rýchlosť na rýchlostnej komunikácii
$t_{12} = ?$ .... čas, za ktorý prejdeme medzi 118,7. a 165,1. km po diaľnici
$t_3 = ?$ .... čas, za ktorý prejdeme medzi 118,7. a 165,1. km po obchádzke
$v_p = ?$ .... priemerná rýchlosť jazdy po diaľnici medzi 118,7. a 165,1. km

a)
Po diaľnici prejdeme opravovaný úsek – dráhu s_1 – rýchlosťou v_1 za čas $t_1 = s_1/v_1$ a neopravovanú časť diaľnice medzi 118,7. a 165,1. km – dráhu s_2 – rýchlosťou v_2 za čas $t_2 = s_2/v_2$. Úsek medzi 118,7. a 165,1. km teda prejdeme po diaľnici za čas $t_{12} = t_1 + t_2 = s_1/v_1 + s_2/v_2$. Po obchádzke prejdeme medzi 118,7. a 165,1. km dráhu s_3 rýchlosťou v_3 za čas $t_3 = s_3/v_3$.
Ak $t_3 < t_{12}$, tak jazdou po obchádzke ušetríme čas $t = t_{12} – t_3$; ak $t_3 > t_{12}$, tak jazdou po obchádzke stratíme čas $t = t_3 – t_{12}$.