

⑤

Pri riešení tejto úlohy si najprv určíme, v ktorom časovom intervale svieti ktorý semafor. Z úlohy vyplýva, že prvý semafor svieti v čase 0 s – 15 s, druhý semafor v čase 10 s – 25 s a tretí semafor v čase 26 s – 41 s. Keďže vieme, že medzi semaforami je rovnaká vzdialenosť, môžeme zistiť, či pri prechode rovnomernou rýchlosťou od prvého k tretiemu semaforu bude svietiť zelená na druhom semafore. Teda rozdelíme časy 26 s a 41 s na polovicu, t.j. dostaneme časy 13 s a 20,5 s, teda hodnoty, pri ktorých vieme povedať, že na druhom semafore bude svietiť zelené svetlo. Stačí nám teda uvažovať prechod medzi prvým a tretím semaforom, ktoré sú vzdialené 400 m. Najmenšiu rýchlosť potrebnú na prechod na zelené svetlo pri všetkých semaforochoch označme v_{\min} . Čas potrebný na prechod minimálnou rýchlosťou je maximálny možný čas na prechod a označíme ho t_{\min} .

$t_{\min} = 41 \text{ s} - 3 \text{ s}$ (keďže sme prešli 3 s po tom, čo na prvom semafore zasvietila zelená) = 38 s. Zároveň vieme že vzdialenosť s medzi týmito semaforami je 400 m. Vieme teda vypočítať rýchlosť

$$v_{\min} = s / t_{\min} = 400 \text{ m} / 38 \text{ s} = 10,526 \text{ m/s}$$

Túto rýchlosť prevedieme na km/h, teda

$$v_{\min} = 10,526 \text{ m/s} = 37,894 \text{ km/h}$$

teda $v_{\min} = 37,90 \text{ km/h}$ (keďže vieme, že rýchlosť nemôže klesnúť pod 37,894 km/h)

b) podobne vyriešime aj druhú časť úlohy. Pri určení maximálnej rýchlosti, ktorú si označíme v_{\max} potrebujeme vedieť minimálny čas na prechod na zelenú. Tento si označíme t_{\max} a jeho hodnota je 26 s – 3 s (keďže sme prešli 3 s po tom, čo na prvom semafore zasvietila zelená) = 23 s.

Vieme teda vypočítať rýchlosť

$$v_{\max} = s / t_{\max} = 400 \text{ m} / 23 \text{ s} = 17,39 \text{ m/s}$$

Túto rýchlosť prevedieme na km/h, teda

$$v_{\max} = 17,39 \text{ m/s} = 62,608 \text{ km/h}$$

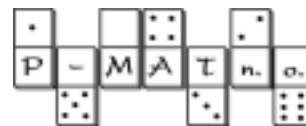
teda $v_{\max} = 62,60 \text{ km/h}$ (keďže vieme, že rýchlosť nemôže vystúpiť nad 62,608 km/h)

Správna odpoveď: a) 37,90 km/h

b) 62,60 km/h

Bodovanie:

- 2 body za správnu odpoveď
- 2 body za 37,89-37,91 km/h v a)
- 2 body za 62,61 km/h v b)
- 1 bod za 35,12 km/h v a)
- 1 bod za 55,38 km/h v b)
- 0 bodov za nesprávnu odpoveď



5. ročník

fyzIQ

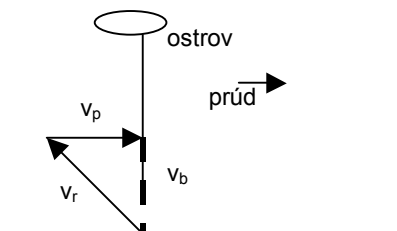
kat. S2

Vzorové riešenia

1. séria zimnej časti pre žiakov 2. ročníka SŠ

①

a) Keď Eva plávala na ostrov, nastala situácia znázornená na obrázku:



Označme si rýchlosť prúdu ako $v_p = 0,75 \text{ km/h}$ a rýchlosť vzhľadom na vodu v rieke ako $v_r = 1,25 \text{ km/h}$. Čiarkovaná čiara nám znázorňuje rýchlosť Evy vzhľadom a breh v_b . Túto hodnotu vypočítame z Pytagorovej vety:

$$v_b^2 = v_r^2 - v_p^2 \rightarrow v_b = 1 \text{ km/h}$$

b) Rýchlosť Evy vzhľadom na prúd, je vlastne rýchlosť v_r , keďže vieme, že pôvodný vektor rýchlosti v_r bol pôsobením prúdu zmenený na smer vektora v_b . Označme uhol,

ktorý zvierá rýchlosť Evy vzhľadom na prúd s prúdom ako α .

sin $\alpha = v_b / v_r = 1/1,25$. Veľkosť uhla α sa teda rovná $53,13^\circ$.

Správna odpoveď: a) 1 km/h

b) 53,13°

Bodovanie:

- 2 body za správnu odpoveď
- 2 body za 53-54 km/h v b)
- 2 body za 126-127 km/h v b)
- 1 bod za 90 km/h v b)
- 1 bod za 270 km/h v b)
- 0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme plochu lyžičky P. Jej hodnota je 4 cm^2 . Ďalej poznáme hrúbku $h = 1 \text{ mikrometer}$, teda $0,0001 \text{ cm}$. Najskôr vypočítame objem zlata V, ktorý spotrebujeme pri natretí 1 lyžičky zlatom.

$V = P \cdot h = 4 \text{ cm}^2 \cdot 0,0001 \text{ cm} = 0,0004 \text{ cm}^3$. Keďže poznáme hustotu zlata ρ , vieme vypočítať hmotnosť náteru m.

$$m = \rho \cdot V = 19,3 \text{ gcm}^{-3} \cdot 0,0004 \text{ cm}^3 = 0,00772 \text{ g} = 7,72 \text{ mg}$$

Pre riešenie pre 6 lyžičiek vynásobíme túto hodnotu počtom lyžičiek, čiže **m · 6 = 46,32 mg**

b) Označme si n ako látkové množstvo. Jeho hodnotu vypočítame ako podiel hmotnosti m (z 1. časti úlohy $m = 0,00772 \text{ g}$) a násobku hmotnosti 1 molu látky, ktorý pre $M_{\text{AU}} = 197 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

$$n = m / M_{\text{AU}} = 0,00772 \text{ g} / 197 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1} = 0,00039187817 \text{ mol}.$$

Počet častíc N získame, ak vynásobíme látkové množstvo n Avogadrovou konštantou $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$$N = n \cdot N_A = 0,00039187817 \text{ mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2,36 \cdot 10^{19}, \text{ čiže } \mathbf{2,36 \cdot 10^{19} \text{ atómov zlata.}}$$

Správna odpoveď: a) **46,32 mg**

b) **2,36**

Bodovanie: **2 body** za správnu odpoveď

1 bod za 46,3 mg v a)

1 bod za 7,72 mg v a)

1 bod za 2,359-2,36 bez 2,36 v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si Jožovu rýchlosť pri borovici ako $v_{\text{BO}} = 12,6 \text{ km/h}$ a pri breze v_{BR} , a priemernú rýchlosť ako $v_{\text{pr}} = 13,5 \text{ km/h}$. Veľkosť jeho zrýchlenia označme ako $a = 2 \text{ ms}^{-2}$, dobu trvania cesty ako t a vzdialenosť medzi brezou a borovicou ako s .

Pre rovnomerne zrýchlený pohyb platí

$$s = v_{\text{BO}} \cdot t + 0,5 \cdot a \cdot t \cdot t.$$

Pre priemernú rýchlosť platí $s = v_{\text{pr}} \cdot t$.

Kombinovaním týchto dvoch rovníc dostaneme: $v_{\text{BO}} \cdot t + 0,5 \cdot a \cdot t \cdot t = v_{\text{pr}} \cdot t$.

Po predelení t máme: $v_{\text{BO}} + 0,5 \cdot a \cdot t = v_{\text{pr}}$.

$$\text{Z tejto rovnice vypočítame } t: t = (v_{\text{pr}} - v_{\text{BO}}) / (0,5a) = (3,75 \text{ m/s} - 3,5 \text{ m/s}) / (0,5 \cdot 2 \text{ m/s}^2) =$$

$$= \mathbf{0,25 \text{ s}}$$

Vzdialenosť od borovice po brezu prešiel Jožo za 0,25 s.

b) Od borovice po brezu prešiel Jožo vzdialenosť $s = v_{\text{pr}} \cdot t = 3,75 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} = 0,9375 \text{ m} = \mathbf{93,75 \text{ cm.}}$

Správna odpoveď: a) **0,25 s**

b) **93,75 cm**

Bodovanie: **2 body** za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

Vieme, že Tomášova rýchlosť kajaku vzhľadom na vodu v rieke je $2,5 \text{ km/h}$. Keďže Tomáš ide smerom na Fortúnu po prúde, teda vesluje rýchlosťou $2,5 \text{ km/h} - 2 \text{ km/h} = 0,5 \text{ km/h}$, a späť proti prúdu, teda vesluje rýchlosťou $2,5 \text{ km/h} + 2 \text{ km/h}$ (prekonáva prúd) $= 4,5 \text{ km/h}$.

Vladovu rýchlosť vzhľadom na prúd môžeme vypočítať z pravouhlého trojuholníka



$$\text{Vidíme, že platí } (v_{\text{breh}})^2 = (2,5 \text{ km/h})^2 - (2 \text{ km/h})^2$$

$$\text{teda } v_{\text{breh}} = 1,5 \text{ km/h}$$

Vlado, mal stále rýchlosť $1,5 \text{ km/h}$ a vesloval $0,9 \text{ km} / 1,5 \text{ km/h} = 0,6 \text{ h}$. Tomáš prevesloval 900 m za $450 \text{ m} / 4,5 \text{ km/h} + 450 \text{ m} / 0,5 \text{ km/h} = 0,1 \text{ h} + 0,9 \text{ h} = 1 \text{ h} = \mathbf{60 \text{ minút.}}$

Tomáš vesloval dlhšie než Vlado.

Správna odpoveď:

a) **B: dlhšie než Vlado**

b) **60 min**

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď