

Pričom rýchlosť autobusu za jazdy vypočítame pomocou rýchlosti prvého autobusu. Vieme, akú dráhu prešiel aj, čas za ktorý ju prešiel. Nesmieme však zabudnúť na to, že 10 minút stál a nepohyboval sa.

$$V_{JAZ} = (V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{10:15}) + V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{10:45})) / ((t_{10:45} - t_{10:15}) - t_{10})$$

$$V_{JAZ} = (15 \text{ km/h} \cdot 1,25 \text{ h} + 15 \text{ km/h} \cdot 0,75 \text{ h}) / (0,5 \text{ h} - 1/6 \text{ h}) = 90 \text{ km/h}$$

Vzdialenosť od konečnej o 11:00 vypočítame ako $s_{11:00} = V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{11:00})$.
 Vzďialenosť od konečnej o 11:15 vypočítame ako $s_{11:15} = V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{11:15})$.
 $t_{JAZ} = (V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{11:00}) + V_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{11:15})) / V_{JAZ}$
 $t_{JAZ} = (15 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} + 15 \text{ km/h} \cdot 0,25 \text{ h}) / 90 \text{ km/h} = 0,125 \text{ h} = 7,5 \text{ min}$
 Teraz už nie je problém zistiť čas, ktorý druhý autobus stojí na konečnej.
 $t = (t_{11:15} - t_{11:00}) - t_{JAZ} = 15 \text{ min} - 7,5 \text{ min} = 7,5 \text{ min}$
 Druhý autobus stál na konečnej 7,5 min.

Správna odpoveď: a) 60 km/h b) 7,5 min

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

⑤

a) Označme si:
 a_vvonkajší rozmer nádoby a_vvnútorný rozmer nádoby
 m hmotnosť nádoby g gravitačne zrýchlenie
 ρ_vhustotu vody = 1 g/cm³ ρ_mhustotu morskej vody = 1,02 g/cm³
 V_vobjem ponorenej časti vo vode V_mobjem ponor. časti v morskej vode
 Pri riešení budeme vychádzať z Archimedovho zákona:
 $(m + a_v^3 \cdot \rho_v) \cdot g = V_v \cdot \rho_v \cdot g$ $(m + a_v^3 \cdot \rho_m) \cdot g = V_m \cdot \rho_m \cdot g$
 Z týchto rovníc môžeme vyjadriť V_v a V_m :
 $V_v = (m + a_v^3 \cdot \rho_v) / \rho_v = m / \rho_v + a_v^3$ $V_m = (m + a_v^3 \cdot \rho_m) / \rho_m = m / \rho_m + a_v^3$
 Keďže hustota morskej vody je väčšia ako hustota vody, je výraz m / ρ_m menší ako m / ρ_v .
 Z toho vidíme, že objem ponorenej časti nádoby vo vode je väčší ako v morskej vode.

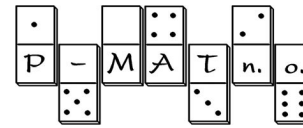
b) Použijeme označenia z 1.časti a
 V objem kocky ρhustota kocky hponor
 Pri riešení budeme vychádzať z Archimedovho zákona:

$$V_v \cdot \rho_v \cdot g = V \cdot \rho \cdot g$$

Keďže g je na oboch stranách rovnice, môžeme napísať $V_v \cdot \rho_v = V \cdot \rho$.
 Objem celej kocky vypočítame ako rozdiel vonkajšieho a vnútorného objemu, teda
 $V = a^3 - a_v^3 = 10^3 - 8^3 = 488 \text{ cm}^3$.
 Objem ponorenej časti vo vode vypočítam ako
 $V_v = a \cdot a \cdot h = (10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 2,9 \text{ cm}) = 290 \text{ cm}^3$
 Stačí už teda vypočítať
 $\rho = V_v \cdot \rho / V = (290 \text{ cm}^3 \cdot 1 \text{ g/cm}^3) / 488 \text{ cm}^3 = 0,594 \text{ g/cm}^3 = 0,59 \text{ g/cm}^3$.

Správna odpoveď: a) C b) 0,59 g/cm³

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 body za odpoveď 0,594 a 0,60 g/cm³ v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď



5. ročník

fyzIQ

kat. K

Vzorové riešenia

3. séria letnej časti pre žiakov kvarty OG

①

a) Označme si:
 U celkové napätie v sieti I_z prúd prechádzajúci žiarovkou
 U_z napätie na jednej žiarovke n počet žiaroviek
 P_z príkion žiarovky
 Vychádzajme zo vzťahu $P = U \cdot I$, ktorý si upravíme a prispôbime na jednu žiarovku ako
 $U_z = P_z / I_z = 1,5 \text{ W} / 0,3 \text{ A} = 5 \text{ V}$. Ďalej vieme, že pri sériovom zapojení sa celkové napätie rovná súčtu napätí na žiarovkách, z čoho dostaneme vzťah
 $U = n \cdot U_z$ $n = U / U_z = 230 \text{ V} / 5 \text{ V} = 46$ žiaroviek

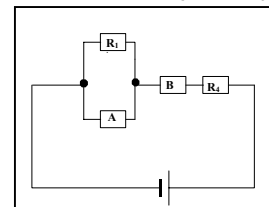
b) Použijeme označenia z 1. časti
 U_v výstupné napätie pri $n/2$ žiarovkách
 Z prvej časti úlohy vieme, že $U = n \cdot U_z$.
 Ak teda použijeme len polovicu žiaroviek, výsledné napätie bude
 $U_v = (n / 2) \cdot U_z = 23 \cdot 5 \text{ V} = 115 \text{ V}$.
 Je teda potrebné použiť transformátor s výstupným napätím menším ako 230 V.

Správna odpoveď: a) 46 b) B

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Pri riešení tejto úlohy si musíme uvedomiť, že pri paralelnom zapojení rezistorov R_c a R_d pre výsledný odpor R platí $1 / R = 1 / R_c + 1 / R_d$, pri sériovom zapojení platí $R = R_c + R_d$. Z obrázku vidíme, že v obvode máme 2 rezistory zapojené paralelne a 2 rezistory zapojené sériovo. Rezistory R_1 a R_4 sú umiestnené konštantne. Výsledný odpor vypočítame ako
 $R = 1 / (1/R_1 + 1/R_2) + R_3 + R_4 = 1 / (1/4 \Omega + 1/6 \Omega) + 3 \Omega + 8 \Omega = 13,4 \Omega$ v 1.případe, alebo $R = 1 / (1/R_1 + 1/R_3) + R_2 + R_4 = 1 / (1/4 \Omega + 1/3 \Omega) + 6 \Omega + 8 \Omega = 15,714 \Omega$ v 2.případe. Aby bol výsledný odpor najväčší je potrebné namiesto rezistoru A umiestniť R_3 a namiesto rezistoru B je potrebné umiestniť R_2 .
 Vzhľadom na mätúci zápis poskytnutých možností v odpovedi v časti a sme sa rozhodli dať každému súťažiacemu, ktorý sa zapojil do 3. série 2 body za túto úlohu.



b) Vychádzame z 1. časti úlohy, kde sme si ukázali zapojenie, v ktorom dostaneme najväčší možný odpor v obvode.

$$R = 1 / (1/R_1 + 1/R_3) + R_2 + R_4 = 1 / (1/4 \Omega + 1/3 \Omega) + 6 \Omega + 8 \Omega = 15,714 \Omega = 15,71 \Omega .$$

Správna odpoveď: a) b) 15,71 Ω

Bodovanie: 2 body za odpoveď v a)
2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si:

U..... napätie na zdroji 230 V	R ₁ odpor prvého rezistoru
U _V napätie na voltmetri	R ₂ odpor druhého rezistoru
I..... prúd v obvode	R _V odpor voltmetra
I _V prúd pretek. voltmetrom	R _{R+V} odpor prvého rezistoru a
I _R prúd pretek. rezistorom R ₁	voltmetra
R..... odpor celého obvodu	

V obvode je zapojený voltmeter a prvý rezistor paralelne a k nim je druhý rezistor zapojený sériovo. Potrebujeme si vypočítať celkový odpor obvodu, aby sme vedeli určiť veľkosť prúdu.

$$R = R_2 + R_{R+V}$$

Vieme, že ak sú rezistory zapojené paralelne, výsledný odpor vypočítame ako:

$$1 / R_{R+V} = 1 / R_V + 1 / R_1 \quad R_{R+V} = R_V \cdot R_1 / (R_V + R_1)$$

Potom

$$R = R_2 + R_V \cdot R_1 / (R_V + R_1)$$

$$R = 2,3 \text{ k}\Omega + 227,7 \text{ k}\Omega \cdot 2,3 \text{ k}\Omega / (227,7 \text{ k}\Omega + 2,3 \text{ k}\Omega)$$

$$R = 2,3 \text{ k}\Omega + 2,277 \text{ k}\Omega = 4,577 \text{ k}\Omega = 4 577 \Omega$$

Obvodom bude pretekať elektrický prúd

$$U = R \cdot I \quad I = U / R$$

$$I = 230 \text{ V} / 4 577 \Omega = 0,05025 \text{ A} = 50,25 \text{ mA}$$

Tento prúd bude súčtom prúdov pretekajúcich prvým rezistorom a voltmetrom.

$$I = I_V + I_R$$

Pričom platí, že na oboch vetvách bude napätie U_V. Preto bude tiež platiť, že

$$R_V \cdot I_V = R_1 \cdot I_R \quad I_R = I_V \cdot R_V / R_1$$

Po dosadení vyplýva, že

$$I = I_V + I_V \cdot R_V / R_1 \quad I = I_V \cdot (1 + R_V / R_1) \quad I_V = I / (1 + R_V / R_1)$$

$$I_V = 0,05025 \text{ A} / (1 + 227 700 \Omega / 2 300 \Omega)$$

$$I_V = 0,0005025 \text{ A} = 0,5025 \text{ mA} = 0,5 \text{ mA}$$

Voltmetrom preteká prúd 0,5 mA.

b) Použijeme označenia z otázky a)

U_{V1} napätie na voltmetri

I_{V1}..... elektrický prúd pretekajúci voltmetrom V₁

R_{V1}.....odpor 227,7 k Ω voltmetra V₁

Vieme, aký prúd preteká voltmetrom V₂. Napätie na voltmetri vypočítame ako

$$U_V = R_V \cdot I_V \quad U_V = 227 700 \Omega \cdot 0,0005025 \text{ A} = 114,419 \text{ V}$$

Pomocou predchádzajúcich výpočtov zistíme, aké napätie nameria voltmeter V₁.

$$R = R_2 + R_{V1} \cdot R_1 / (R_{V1} + R_1)$$

$$R = 2,3 \text{ k}\Omega + 20,7 \text{ k}\Omega \cdot 2,3 \text{ k}\Omega / (20,7 \text{ k}\Omega + 2,3 \text{ k}\Omega)$$

$$R = 2,3 \text{ k}\Omega + 2,07 \text{ k}\Omega = 4,37 \text{ k}\Omega = 4 370 \Omega$$

$$I = U / R$$

$$I = 230 \text{ V} / 4 370 \Omega = 0,05263 \text{ A} = 52,63 \text{ mA}$$

$$I_{V1} = I / (1 + R_{V1} / R_1)$$

$$I_{V1} = 0,05263 \text{ A} / (1 + 20 700 \Omega / 2 300 \Omega) = 0,005263 \text{ A} = 5,263 \text{ mA}$$

Ak bude voltmetrom V₁ pretekať prúd 5,263 mA, nameria napätie

$$U_{V1} = 20 700 \Omega \cdot 0,005263 \text{ A} = 108,944 \text{ V}$$

Presnejší bude teda voltmeter V₂.

Správna odpoveď: a) 0, 50 mA

b) B

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď 0,51 mA v a)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Označme si:

t_{10:15}..... čas 10:15, keď prvý autobus prechádzal okolo prameňa

t_{10:45}..... čas 10:45, keď sa prvý autobus vracal z konečnej

t_{11:30}..... čas 11:30, keď Dušan a Anička prišli na konečnú

t..... čas, ktorý uplynul medzi 10:15 a 10:45

v priemerná rýchlosť prvého autobusu

V₁₅..... rýchlosť 15 km/h Dušana a Aničky

s_{P-K}..... vzdialenosť prameňa a konečnej

s_{10:45}..... vzdialenosť od konečnej, keď stretli autobus o 10:45

Priemernú rýchlosť autobusu vypočítame ako podiel dráhy a času. Vieme, že medzi 10:15 a 10:45 prešiel od prameňa na konečnú a vrátil sa na miesto, kde sa stretol s Dušanom a Aničkou. Priemernú rýchlosť autobusu teda vypočítame ako:

$$v = (s_{P-K} + s_{10:45}) / t$$

Vzdialenosť konečnej od prameňa vieme vypočítať, lebo poznáme čas, za ktorý Dušan a Anička prejdú túto trasu rýchlosťou 15 km/h. Preto s_{P-K} = v₁₅ · (t_{11:30} - t_{10:15}).

Podobne vypočítame vzdialenosť miesta, kde sa s autobusom stretli o 10:45 od konečnej.

$$s_{P-K} = v_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{10:45})$$

Potom:

$$v = (v_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{10:15}) + v_{15} \cdot (t_{11:30} - t_{10:45})) / (t_{10:45} - t_{10:15})$$

$$v = (15 \text{ km/h} \cdot 1,25 \text{ h} + 15 \text{ km/h} \cdot 0,75 \text{ h}) / 0,5 \text{ h} = 60 \text{ km/h}$$

Priemerná rýchlosť prvého autobusu bola 60 km/h.

b) Použijeme značky z otázky a)

t_{11:00}..... čas 11:00, keď druhý autobus predbehol Dušana a Aničku

t_{11:15}..... čas 11:15, keď sa druhý autobus vracal z konečnej

t₁₀..... čas 10 min = 1/6 h, ktoré stál prvý autobus na konečnej

t..... čas, ktorý stál druhý autobus na konečnej

t_{JAZ}..... čas, ktorý sa druhý autobus medzi 11:00 a 11:15 pohyboval

s_{11:00}..... vzdialenosť od konečnej, keď ich predbehol autobus o 11:00

s_{11:15}..... vzdialenosť od konečnej, keď stretli autobus o 11:15

v_{JAZ}..... rýchlosť autobusu počas jazdy

Vieme, že druhý autobus predbehne o 11:00 Dušana a Aničku, príde na konečnú, tam chvíľu stojí a potom ich znovu stretne na ceste späť. Čas, ktorý stojí teda vypočítame ako:

$$t = (t_{11:15} - t_{11:00}) - t_{JAZ}$$

$$t_{JAZ} = (s_{11:00} + s_{11:15}) / v_{JAZ}$$