



5. ročník

fyzIQ

kat. S2

Vzorové riešenia

1. séria letnej časti pre žiakov 2. ročníka SŠ

$$F_t = F_{gr} - F_{od} = \mathcal{H} \cdot m \cdot M / R^2 - m \omega^2 R.$$

Zo zadania úlohy vieme, že $F_{gr5} = F_t$ a teda

$$\mathcal{H} \cdot m \cdot M / (R + h)^2 = \mathcal{H} \cdot m \cdot M / R^2 - m \omega^2 R.$$

Z tejto rovnice môžeme určiť hmotnosť planéty Xerta:

$$M = \omega^2 R / (\mathcal{H} (1 / R^2 - 1 / (R + h)^2)) = (2 \pi / T)^2 R / (\mathcal{H} (1 / R^2 - 1 / (R + h)^2)) =$$

$$M = (2.3, 14 / (24 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s}))^2 \cdot 500000 \text{ m} / (6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2} (1 / (500000 \text{ m})^2 - 1 / (505000 \text{ m})^2))$$

$$M = 5024,85 \cdot 10^{20} \text{ g} = 5,02 \cdot 10^{20} \text{ kg}$$

b) Použijeme označenie z otázky a)

Veľkosť tiažového zrýchlenia sa rovná

$$F_t / m = \mathcal{H} \cdot M / R^2 - \omega^2 R$$

$$F_t / m = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2} \cdot 5,02 \cdot 10^{20} \text{ kg} / 25 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 - (2.3, 14 / (24 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s}))^2 \cdot 500000 \text{ m}$$

$$F_t / m = 0,13129 \text{ ms}^{-2} = 0,13 \text{ ms}^{-2}$$

Správna odpoveď: a) $5,02 \cdot 10^{20} \text{ kg}$

b) $0,13 \text{ ms}^{-2}$

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

2 body za odpoveď $5,03 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ v a)

1 bod za $4,95 - 5,1 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ v a)

1 bod za $0,10 - 0,14 \text{ ms}^{-2}$ v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

5

a) Označme si:

d..... vzdialenosť medzi Jožom a Mišom

g gravitačné zrýchlenie

α uhol, pod ktorým bola guľa hodená

v počiatočná rýchlosť gule

Podľa vzťahu pre výpočet vzdialenosti doletu $d = [v^2 \cdot \sin(\alpha)] / g$ si vypočítame počiatočnú rýchlosť gule ako

$$v = \sqrt{(d \cdot g) / \sin(\alpha)} = \sqrt{(25 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2}) / \sin(30^\circ)} = 22,14 \text{ ms}^{-1}$$

Jožo hodil guľu počiatočnou rýchlosťou $22,14 \text{ ms}^{-1}$

b) Použijeme označenie z 1.časti úlohy a)

d_{\max} maximálna vzdialenosť hodu

Pri riešení vychádzame z 1.časti, pričom poznáme aj rýchlosť v. Vieme, že maximálnu vzdialenosť d_{\max} získame, ak guľu hodíme pod uhol 45° . Vypočítame si teda vzdialenosť $d_{\max} = [v^2 \cdot \sin(45^\circ)] / g = [(22,14 \text{ ms}^{-1})^2 \cdot \sin(45^\circ)] / 9,8 \text{ ms}^{-2} = 35,37 \text{ m}$.

Vidíme, že táto vzdialenosť je väčšia ako vzdialenosť Jožom a Mišom, teda 35 metrov.

A: Jožo teda mohol trafiť Miša, ak hádzal s rovnakou počiatočnou rýchlosťou ako v 1.případe.

Správna odpoveď: a) $22,14 \text{ ms}^{-1}$

b) A

Bodovanie:

2 body za správnu odpoveď

2 body za odpoveď B v b), ak je odpoveď

$16,8 - 16,83 \text{ ms}^{-1}$ v a)

1 bod za odpoveď $16,8 - 16,83 \text{ ms}^{-1}$ v a)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

1

a) Označme si:

Q_1 teplo odobraté pri ochladení vody a hrnca

Q_{chv} teplo odobraté pri ochladení vody

Q_{chh} teplo odobraté pri ochladení hrnca

Q_3 teplo odobraté pri ochladení dvojnásobného množstva vody a hrnca

m_v hmotnosť vody

m_h hmotnosť hrnca

C_{voda} tepelnú kapacitu vody

C_{AI} tepelnú kapacitu hrnca

l_{rad} merné teplo topenia ľadu

t_1 dobu chladenia vody a hrnca

t_2 dobu zamŕznania vody

t_3 dobu chladenia dvojnásobného množstva vody a hrnca

T_1 počiatočnú teplotu vody

T_0 teplotu mrazenia vody

Teplo odobraté pri ochladení vody a hrnca je súčtom tepla odobratého pri ochladení vody a tepla odobratého pri ochladení hrnca: $Q_1 = Q_{chv} + Q_{chh}$

Pri ochladení hrnca je potrebné odobrať:

$$Q_{chh} = m_h \cdot C_{AI} \cdot (T_1 - T_0) = m_h \cdot 911 \text{ Jkg}^{-1} \text{K}^{-1} \cdot (20^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) = m_h \cdot 18,22 \text{ kJkg}^{-1}$$

Pri ochladení vody je potrebné odobrať:

$$Q_{chv} = m_v \cdot C_{voda} \cdot (T_1 - T_0) = m_v \cdot 4,2 \text{ kJkg}^{-1} \text{K}^{-1} \cdot (20^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) = m_v \cdot 84 \text{ kJkg}^{-1}$$

Pri zamŕznaní vody je potrebné odobrať: $Q_2 = m_v \cdot l_{rad} = m_v \cdot 333,9 \text{ kJkg}^{-1}$

Keďže chladnička odoberala teplo rovnomerne, bude množstvo odobieraného tepla úmerne dobe chladenia. Môžeme tak získať podiel Q_1 a Q_2 .

$$t_1 / t_2 = Q_1 / Q_2 = (Q_{chv} / Q_2 + Q_{chh} / Q_2)$$

$$\text{Vieme, že } Q_{chv} / Q_2 = (m_v \cdot 84 \text{ kJkg}^{-1}) / (m_v \cdot 333,9 \text{ kJkg}^{-1}) = 0,2516$$

Z predchádzajúcej rovnice môžeme vypočítať podiel Q_{chh} a Q_2

$$Q_{chh} / Q_2 = Q_1 / Q_2 - Q_{chv} / Q_2 = t_1 / t_2 - Q_{chv} / Q_2 = 20 \text{ min} / 45 \text{ min} - 0,2516 = 0,1928$$

Tento podiel môžeme vyjadriť aj cez hmotnosti vody a hrnca

$$Q_{chh} / Q_2 = (m_h \cdot 18,22 \text{ kJkg}^{-1}) / (m_v \cdot 333,9 \text{ kJkg}^{-1})$$

Z predchádzajúcej rovnice môžeme určiť podiel hmotností vody a hrnca

$$m_h / m_v = (Q_{chh} / Q_2) \cdot (333,9 \text{ kJkg}^{-1} / 18,22 \text{ kJkg}^{-1}) = 0,1928 \cdot 18,3260 = 3,53$$

b) Použijeme označenia z otázky a).

Na ochladenie dvojnásobného množstva vody a hrnca budeme potrebovať

$$Q_3 = 2 \cdot Q_{chv} + Q_{chh}$$

Keďže chladnička odoberala teplo rovnomerne, bude množstvo odobieraného tepla úmerné dobe chladenia. Môžeme tak získať podiel t_3 a t_2

$$t_3 / t_2 = Q_3 / Q_2 = 2 \cdot Q_{chv} / Q_2 + Q_{chh} / Q_2$$

Z predchádzajúcej rovnice môžeme vypočítať čas potrebný na ochladenie dvojnásobného množstva vody a hrnca na teplotu mrazenia:

$$t_3 = t_2 \cdot Q_3 / Q_2 = t_2 \cdot (2 \cdot Q_{chv} / Q_2 + Q_{chh} / Q_2) = 45 \text{ min} \cdot (2 \cdot 0,2516 + 0,1928) = 31,32 \text{ min}$$

Správna odpoveď: a) 3,53

b) 31,32 min

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď 31,33 min v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme si

T_0	začiatočnú teplotu plynu	p_{1V}	tlak plynu vo veľkej nádobe po zohriatí
T_1	konečnú teplotu plynu		
V_V	objem veľkej nádobe	p_{1M}	tlak plynu v malej nádobe po zohriatí
V_M	objem malej nádobe		
p_{0V}	tlak plynu vo veľkej nádobe pred zohriatím	n	počet molekúl plynu v každej z nádob
p_{0M}	tlak plynu v malej nádobe pred zohriatím		

Keďže sme pri zohrievaní nemenili objem nádoby ani počet molekúl v nádobe, bude pomer tlakov v nádobe pred a po zohriatí priamo úmerný podielu teplôt v Kelvinoch:

$$p_{1V} / p_{0V} = T_1 / T_0 = (86,85 + 273,15) \text{ K} / (26,85 + 273,15) \text{ K} = 1,2$$

Vo veľkej nádobe je tlak plynu po zohriatí 1,2 krát väčší než bol pred zohriatím.

b) Použijeme rovnaké označenie ako v úlohe a).

Keďže sme pri zohrievaní nemenili objem nádoby ani počet molekúl v nádobách, bude pomer tlakov v nádobách pred a po zohriatí priamo úmerný podielu teplôt v Kelvinoch.

Vo veľkej nádobe bude po zohriatí tlak: $p_{1V} = T_1 / T_0 \cdot p_{0V} = 1,2 p_{0V}$.

V malej nádobe bude po zohriatí tlak: $p_{1M} = T_1 / T_0 \cdot p_{0M} = 1,2 p_{0M}$.

Tlaky p_{0V} a p_{0M} môžeme určiť pomocou stavovej rovnice:

$$p_{0V} = n \cdot k \cdot T_0 / V_V \quad p_{0M} = n \cdot k \cdot T_0 / V_M$$

Rozdiel tlakov vo veľkej nádobe je

$$p_{1V} - p_{0V} = 1,2 p_{0V} - p_{0V} = 0,2 p_{0V} = 0,2 n \cdot k \cdot T_0 / V_V$$

Podobne rozdiel tlakov v malej nádobe je $p_{1M} - p_{0M} = 0,2 n \cdot k \cdot T_0 / V_M$.

Porovnaním posledných dvoch rovníc, vidíme že rozdiel tlakov pred a po zohriatím

v nádobách je nepriamo úmerný objemu nádoby. Takže **B: väčší rozdiel medzi tlakom plynu pred zohriatím a po zohriatí bude v menšej nádobe.**

Správna odpoveď: a) 1,2-krát

b) B

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď C v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si:

v rýchlosť auta a autobusu po ustálení = $60 \text{ kmh}^{-1} = 50/3 \text{ ms}^{-1}$,

t dobu, po ktorej sa ustálila vzájomná vzdialenosť = 12 s,

s_b vzdialenosť, ktorú prešiel autobus do ustálenia

s_a vzdialenosť, ktorú prešlo auto do ustálenia

a_b zrýchlenie autobusu

a_a zrýchlenie auta

s_v vzájomnú vzdialenosť auta a autobusu = 45 m

l dĺžku auta ako = 5 m

t_a čas, kým auto dosiahlo stálu rýchlosť

Vzájomná vzdialenosť auta a autobusu sa ustálila po tom, ako autobus dosiahol rýchlosť 60 kmh^{-1} . Za tento čas prešiel autobus vzdialenosť $s_b = 0,5 a_b \cdot t^2$.

Auto prešlo vzdialenosť $s_a = 0,5 a_a \cdot (t_a)^2 + v(t - t_a)$.

Vzdialenosť medzi predkom auta a autobusu sa rovná ich vzájomnej vzdialenosti

(vzdialenosti od predku autobusu po koniec auta) a dĺžke auta:

$$s_a - s_b = 0,5 a_a \cdot (t_a)^2 + v(t - t_a) - 0,5 a_b \cdot t^2 = s_v + l.$$

Túto rovnicu môžeme upraviť na tvar:

$$vt - s_v - l - 0,5 a_b \cdot t^2 = vt_a - 0,5 a_a \cdot (t_a)^2$$

Zo zadania úlohy vieme, že

$$a_b = v/t = 50/3 \text{ ms}^{-1} / 12 \text{ s} = 25/18 \text{ ms}^{-2}$$

$$t_a = v/a_a$$

Z predchádzajúcej rovnice môžeme vypočítať zrýchlenie auta a_a a čas t_a :

$$vt - s_v - l - 0,5 a_b \cdot t^2 = 0,5 v^2/a_a$$

a teda

$$a_a = 0,5 v^2 / (vt - s_v - l - 0,5 a_b \cdot t^2)$$

$$a_a = 0,5 \cdot (2500/9 \text{ m}^2\text{s}^{-2}) / (50/3 \text{ ms}^{-1} \cdot 12 \text{ s} - 45 \text{ m} - 5 \text{ m} - 0,5 \cdot 25/18 \text{ ms}^{-2} \cdot 144 \text{ s}^2)$$

$$a_a = 0,5 \cdot (2500/9 \text{ m}^2\text{s}^{-2}) / (200 \text{ m} - 45 \text{ m} - 5 \text{ m} - 100 \text{ m}) = 25/9 \text{ ms}^{-2}$$

$$t_a = v / a_a = (50/3 \text{ ms}^{-1}) / (25/9 \text{ ms}^{-2}) = 6 \text{ s}$$

Osobné auto prešlo od križovatky vzdialenosť

$$s_a = 0,5 a_a \cdot (t_a)^2 + v(t - t_a) = 0,5 \cdot 25/9 \text{ ms}^{-2} \cdot 36 \text{ s} + 50/3 \text{ ms}^{-1} \cdot (12 \text{ s} - 6 \text{ s}) = 150 \text{ m}$$

b) Použijeme označenia z časti a). V časti a sme vypočítali a_a a a_b .

$$a_a/a_b = (25/9 \text{ ms}^{-2}) / (25/18 \text{ ms}^{-2})$$

Zrýchlenie osobného auta bolo 2 -krát väčšie ako zrýchlenie autobusu.

Správna odpoveď: a) 150 m

b) 2-krát

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Označme si

m hmotnosť modulu

M hmotnosť planéty Xerta

R polomer planéty Xerta = 500 km

T Períodu otočenia planéty Xerta = 24 h

ω Uhlovú rýchlosť otočenia planéty Xerta

h výšku letu modulu = 5 km

F_{gr5} gravitačnú silu vo výške h nad planétou Xertou

F_{gr} gravitačnú silu na povrchu

F_{od} odstredivú silu na rovníku

F_t tiažovú silu na rovníku ako

Keď modul 1 bol vo výške 5 km nad pólom planéty Xerta pôsobila na neho gravitačná sila veľkosti:

$$F_{gr5} = \mathcal{H} \cdot m \cdot M / (R + h)^2.$$

Na rovníku na modul proti sebe pôsobili gravitačná sila F_{gr} a odstredivá sila F_{od} , výslednica týchto síl bola tiažová sila: