

⑤

a) Označme si:

t_D čas, za ktorý pán Novotný príde do Žiliny po diaľnici
 t_C čas 40 min, za ktorý pán Novotný prejde 30 km po starej ceste
 v_D rýchlosť 125 km/h na diaľnici s_Ddĺžka diaľnice 30 km – 5 km
 v_C rýchlosť po starej ceste s_Cdĺžka 30 km starého úseku
 Pán Novotný prejde 30 km úsek za 40 min. Čas 40 min si prevedieme na hodiny.
 $40 \text{ min} = 40 / 60 \text{ h} = 2/3 \text{ h}$

Priemerná rýchlosť pána Novotného na úseku v okolí Považskej Bystrice je:

$v_C = s_C / t_C = 30 \text{ km} / (2/3 \text{ h}) = 45 \text{ km/h}$

b) Použijeme označenia z otázky a)

Δt časový rozdiel
 Vieme, že pán Novotný prejde starý úsek za 40 min. Po diaľnici pôjde rýchlosťou 125 km/h, pričom diaľničný úsek bude o 5 km kratší. Čas, za ktorý prejde pán Novotný diaľničný úsek vypočítame ako: $t_D = s_D / v_D$ $t_D = (30 \text{ km} - 5 \text{ km}) / 125 \text{ km/h} = 1/5 \text{ h}$
 Čas 1/5 h si prevedieme na minúty: $1/5 \text{ h} = 1/5 \cdot 60 \text{ min} = 12 \text{ min}$
 Časový rozdiel vypočítame ako rozdiel časov, za ktorý prejde pán Novotný diaľničný úsek a starý úsek cesty: $\Delta t = t_C - t_D = 40 \text{ min} - 12 \text{ min} = 28 \text{ min}$

Po dostavaní diaľnice sa čas potrebný na prejedenie úseku v okolí Považskej Bystrice skráti o 28 min.

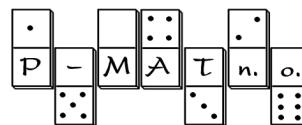
Správna odpoveď: a) 45 km/h

b) 28 min

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

1 bod za 12 min v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď



5. ročník

fyzIQ

kat. K

Vzorové riešenia

2. séria letnej časti pre žiakov kvarty OG

①

a) Označme si:

R_s odpor strojčeka, U_2 napätie na druhom rezistore
 R_2 odpor druhého rezistoru I prúd v obvode
 R celkový odpor v obvode U napätie u nás
 U_s napätie na strojčeku

Pri zapojení ďalšieho rezistora som sa snažil vytvoriť v obvode také podmienky, aké strojček mal v Španielsku: napätie na strojčeku 110 V a prúd cez strojček 0,6 A. Prúd, ktorý pretekal obvodom sa rovnal prúdu, ktorý pretekal strojčekom: $I = 0,6 \text{ A}$. Vieme, že platí:

$R = U/I = 230 \text{ V} / 0,6 \text{ A} = 383,3333 \Omega$.

Celkový odpor v obvode je 383,33 Ω .

b) Použijeme označenia z časti a). Keďže strojček a druhý rezistor boli zapojené sériovo, bol celkový odpor v obvode súčtom ich odporov: $R = R_s + R_2$ a teda $R_2 = R - R_s$.

Odpor strojčeka bol

$R_s = U_s / I_s = 110 \text{ V} / 0,6 \text{ A} = 183,3333 \Omega$. $R_2 = 383,3333 \Omega - 183,3333 \Omega = 200 \Omega$.

Odpor rezistora, ktorý som musel pridať bol 200 Ω .

Správna odpoveď: a) 383,33 Ω

b) 200 Ω

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

2 body za odpoveď 383,3 v a)

1 bod za odpoveď 383,3 v a)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme si

R_1 odpor 1.rezistoru = 1000 Ω I_1 prúd na 1. ampérmetri
 R_2 odpor 2.rezistoru = 2000 Ω I_2 prúd na 2. ampérmetri
 U_1 napätie na 1. voltmetri = 25 V U celkové napätie v obvode
 U_2 napätie na 2. voltmetri I celkový prúd v obvode

Určíme si najskôr veľkosť prúdu, ktorý preteká cez 1. ampérmeter z Ohmovho zákona:

$I_1 = U_1 / R_1$. V sériovom zapojení vieme, že $I_1 = I_2$, z toho opäť vďaka Ohmovmu zákonu

môžeme vypočítať napätie $U_2 = R_2 \cdot I_2$. Celkové napätie U v obvode je

$U = U_1 + U_2 = U_1 + (R_2 \cdot (U_1 / R_1)) = 25 \text{ V} + (2000 \Omega \cdot (25 \text{ V} / 1000 \Omega)) = 75 \text{ V}$.

Celkové napätie U, ktoré Radimovi ukáže voltmeter je 75 V.

b) Použijeme označenia z otázky a). V sériovom zapojení stále platí
 $I = I_1 = I_2 = U_1 / R_1 = 0,025 \text{ A} = 25 \text{ mA}$.

Celkový prúd, ktorý ukáže ampérmeter bude 25 mA.

Správna odpoveď: a) 75 V

b) 25 mA

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

1 bod za 0,025 mA v b)

0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si:

ρ_K hustota kocky $600 \text{ kg/m}^3 = 0,6 \text{ g/cm}^3$

ρ_V hustota vody $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$

V_V objem vytlačenej vody a tiež ponorenej časti kocky

V_Kobjem kocky

a dĺžka 2 cm hrany kocky a_P dĺžka ponorenej časti hrany kocky

m_K hmotnosť kocky m_V hmotnosť vytlačenej vody

g gravitačné zrýchlenie S veľkosť podstavy kocky

Budeme vychádzať z Archimedovho zákona, kde platí: tiaž kvapaliny telesom vytlačenej sa rovná tiaži telesa do kvapaliny ponoreného. To znamená, že gravitačná sila pôsobiaca na kocku sa bude rovnáť gravitačnej sile pôsobiacej na vodu, ktorá má rovnaký objem ako ponorená časť kocky.

$m_K \cdot g = m_V \cdot g$ $V_K \cdot \rho_K \cdot g = V_V \cdot \rho_V \cdot g$

Objem vypočítame ako súčin obsahu podstavy a výšky, teda:

$a \cdot S \cdot \rho_K \cdot g = a_P \cdot S \cdot \rho_V \cdot g$

Obsah podstavy ani gravitačné zrýchlenie nám výsledok neovplyvnia, preto:

$a \cdot \rho_K = a_P \cdot \rho_V$ $a_P = a \cdot \rho_K / \rho_V = 2 \text{ cm} \cdot 0,6 \text{ g/cm}^3 / 1 \text{ g/cm}^3 = 1,2 \text{ cm} = 12 \text{ mm}$

Ponor drevenej kocky je 12 mm.

b) Použijeme označenia z otázky a)

ρ_Ohustota oleja = 800 kg/m^3

a_adĺžka ponorenej časti hrany kocky ponorenej časti hrany v časti a a v časti b

a_odĺžka ponorenej časti hrany kocky v oleji m_ohmotnosť vytlačeného oleja

a_vdĺžka ponorenej časti hrany kocky vo vode V_vobjem vytlačenej vody

Nesmieme zabudnúť na to, že teraz je kocka ponorená v dvoch kvapalinách, preto na ňu budú pôsobiť dve vztlakové sily.

$m_K \cdot g = m_V \cdot g + m_O \cdot g$ $V_K \cdot \rho_K \cdot g = V_V \cdot \rho_V \cdot g + V_O \cdot \rho_O \cdot g$

Objem vypočítame ako súčin obsahu podstavy a výšky, teda:

$a \cdot S \cdot \rho_K \cdot g = a_V \cdot S \cdot \rho_V \cdot g + a_O \cdot S \cdot \rho_O \cdot g$

Obsah podstavy ani gravitačné zrýchlenie nám výsledok neovplyvnia, preto:

$a \cdot \rho_K = a_V \cdot \rho_V + a_O \cdot \rho_O$

Ak by sa dĺžka ponorenej časti hrany kocky zmenšila, platilo by $a_o = a_a - a_v - a_r$

Predchádzajúcu rovnicu by sme mohli upraviť na tvar:

$a \cdot \rho_K = a_V \cdot \rho_V + a_O \cdot \rho_O = a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_v - a_r) \cdot \rho_O$

Vieme, že hustota oleja je menšia ako hustota vody, preto

$a \cdot \rho_K = a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_v - a_v) \cdot \rho_O < a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_v - a_v) \cdot \rho_V = (a_a - a_r) \rho_V < a_a \cdot \rho_V$

V časti a) ale platilo: $a \cdot \rho_K = a_a \cdot \rho_V$.

Dostali sme sa k rozporu. To znamená, že jeden z našich predpokladov bol nesprávny, a to predpoklad, že ponor kocky sa zmenšil.

Ak by sa ponor kocky nezmenil, platilo by $a_o = a_a - a_v$.

Predchádzajúcu rovnicu by sme mohli upraviť na tvar:

$a \cdot \rho_K = a_V \cdot \rho_V + a_O \cdot \rho_O = a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_v) \cdot \rho_O$

Vieme, že hustota oleja je menšia ako hustota vody, preto

$a \cdot \rho_K = a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_o) \cdot \rho_O < a_V \cdot \rho_V + (a_a - a_o) \cdot \rho_V = a_a \cdot \rho_V$

V časti a) ale platilo $a \cdot \rho_K = a_a \cdot \rho_V$.

Znovu sme sa dostali k rozporu. To znamená, že ani predpoklad, že ponor kocky sa nezmenil nebol správny.

Aby sme sa nedostali k rozporu, musí platiť $a_o > a_a - a_v$ a teda $a_o + a_v > a_a$.

To znamená, že ponor kocky vo vode s olejom sa zväčšil.

Správna odpoveď: a) 12 mm

b) C

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Označme si:

d_{MA} vzdialenosť 90 km stanice Malinca od Kamenca

d_{HK} vzdialenosť 30 km stanice Horné Kočkovce od Kamenca

S_{N56789} vzdialenosť, ktorú prešiel N56789 medzi Malincom a Hornými Kočkovcami

t_{N56789} čas, za ktorý prešiel N56789 vzd. medzi Malincom a Hornými Kočkovcami

V_{N56789} rýchlosť, ktorou prešiel N56789 vzd. medzi Malincom a Hornými Kočkovcami

Z grafikonu zistíme, kedy sa nachádzal nákl. vlak N56789 v Malinci a Horných Kočkovciach

tak, že si na y-ovej osi nájdeme stanicu a na x-ovej osi odčítame daný čas. Zistíme, že:

Nákl. vlak N56789 o 8:00 odišiel zo stanice v Malinci a o 9:30 prišiel do stanice Horné Kočkovce. Pritom prešiel vzdialenosť: $S_{N56789} = d_{MA} - d_{HK} = 90 \text{ km} - 30 \text{ km} = 60 \text{ km}$

Túto vzdialenosť prešiel za 9:30 h – 8:00 h = 1:30 h = 1,5 h

Priemerná rýchlosť nákladného vlaku N56789 medzi Malincom a Hornými Kočkovcami bola

$V_{N56789} = S_{N56789} / t_{N56789} = 60 \text{ km} / 1,5 \text{ h} = 40 \text{ km/h}$.

b) Dôležité je uvedomiť si, ako je na grafikone zaznačená zastávka. Ak vlak stojí, nepohybuje sa, teda jeho rýchlosť je nulová. Potom sa ani jeho vzdialenosť od žiadnej stanice nemení, zatiaľ čo čas plynie ďalej.

Ak vlak stojí, graf znázorňujúci jeho pohyb medzi stanicami je pretrhnutý, pričom platí, že až do momentu, kým sa vlak znova pohne, sa y-ová súradnica nezmení.

Vlak je predbehnutý ak platí, že v mieste prerušeného grafu (teda počas zastávky) vlaku sa nachádza graf iného vlaku idúceho v rovnakom smere. Táto podmienka platí len v prípade,

kedy vlak OS2542 je predbehnutý v Horných Kočkovciach v čase medzi 8:15 a 8:30 rýchlikom R250.

B: Počas svojej zástavky bol predbehnutý osobný vlak OS2542.

Správna odpoveď: a) 40 km/h

b) B: OS2542

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď