

Z tohto vzťahu vypočítame, že $x = (m_1 \cdot 5d) / (m_J \cdot d) = 5 m_1 / m_J = 5 \cdot 30 \text{ kg} / 50 \text{ kg} = 3$.
 Aby sa hojdačka dostala do rovnováhy, musel Jožo sedieť na treťom sedadle od opory, teda musel dvakrát presadnúť. Jožo teda zaplatil $20 \text{ TD} + 2 \cdot 10 \text{ TD} = 40 \text{ TD}$. Keďže sa však hojdačka dostala do rovnováhy, vyhral 100 TD . **Jožo na atrakcii zarobil $100 - 40 = 60 \text{ TD}$.**

b) Označme si:

m_K hmotnosť Katky
 Vieme, že Katka zarobila 70 TD . Hojdačka sa musela teda dostať do rovnováhy po tom, ako Katka raz presadla, keďže musela pred výhrou zaplatiť 30 TD . Musela teda sedieť na štvrtom sedadle. Na riešenie použijeme prvý vzťah z 1.časti: $m_1 \cdot 5d = m_K \cdot 4d$. Hmotnosť Katky je teda $m_K = m_1 \cdot 5d / 4d = 5 \cdot m_1 / 4 = 37,5 \text{ kg}$.

Katka váži $37,5 \text{ kg}$, ak na atrakcii zarobila 70 TD .

Správna odpoveď: a) A : 60 TD

b) $37,5 \text{ kg}$

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď

⑤

a) Označme si :

G veľkosť gravitačnej sily
 F sila, ktorá pôsobí cez kladku na ľavú kocku

Vieme, že sila G pôsobí na pravú kocku. Zároveň ale vidíme, že na ľavú kocku pôsobí cez pevnú kladku sila F , ktorá je rovná G . Vieme, že aj keď pevná kladka nemení veľkosť sily, mení jej smer. Sily, ktoré na dosku pôsobia majú teda rovnakú veľkosť ale opačný smer. Vzniká teda moment síl a v **konštrukcii znázornenej na obrázku 1 sa doska vychýli.**

b) Označme si

m hmotnosť kociek
 g gravitačne zrýchlenie
 s vzdialenosť opory od ťažiska kocky

Rameno bude kladné v smere doprava a záporné v smere doľava.

Moment sily vyvolaný ľavou kockou vzhľadom na stred dosky je $M_L = -s \cdot m \cdot g$.

Moment sily vyvolaný pravou kockou vzhľadom na stred dosky je $M_L = s \cdot m \cdot g$.

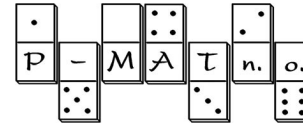
Súčet týchto momentov síl v konštrukcii 2 je 0 N.m , preto sa doska neotáča.

Správna odpoveď: a) A : vychýli

b) 0 N.m

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď



5. ročník

fyzIQ

kat. T

Vzorové riešenia

1. séria letnej časti pre žiakov tercie OG

①

a) Označme si:

v_L Lukášova rýchlosť
 v_V Vladova rýchlosť
 t_L čas, za ktorý príde do školy Lukáš
 t_V čas, za ktorý príde do školy Vlado
 s vzdialenosť z domu do školy

Vlado aj Lukáš prejdú cestou do školy tú istú vzdialenosť, ale rôznymi rýchlosťami za rôzny čas. Zo zadania vieme, že Lukáš príde do školy o päť minút skôr, teda $t_V = t_L + 5 \text{ min.} = t_L + 5/60$ hod. Ak vyjadríme čas pomocou dráhy a rýchlosti, zistíme, že:

Vlado príde do školy za čas $\dots\dots\dots t_V = s / v_V$.

Lukáš príde do školy za čas $\dots\dots\dots t_L = s / v_L$.

Potom podľa časov platí: $s / v_V = s / v_L + 5/60$ hod.

Našou úlohou je vypočítať vzdialenosť školy od domu (s), takže si našu rovnicu upravíme na tvar:

$s = (5 / 60) \cdot v_V \cdot v_L / (v_V + v_L) = 5/60 \text{ hod} \cdot 12 \text{ km/h} \cdot 15 \text{ km/h} / (12 \text{ km/h} + 15 \text{ km/h}) = 5 \text{ km}$

Škola je 5 km od ich domu.

b) Označme si:

v_Z Lukášova rýchlosť v deň, keď zaspal
 t_{L2} čas, za ktorý príde do školy Lukáš
 t_{V2} čas, za ktorý príde do školy Vlado

Aby Lukáš prišiel do školy naraz s Vladom, musí platiť: $t_{V2} = t_{L2} + 10 \text{ min} = t_{L2} + 10/60$ hod.

Podobnou úvahou, ako v úlohe po a) si vytvoríme rovnicu $s / v_V = s / v_Z + 10/60$ hod.

Rovnicu si upravíme na tvar $v_Z = 60 \text{ s} \cdot v_V / (60 \text{ s} - 10 v_Z) = 20 \text{ km/h}$.

Ak Lukáš chce vo štvrtok prísť do školy naraz s Vladom, musí ísť rýchlosťou 20 km/h .

Správna odpoveď: a) 5 km

b) 20 km/h

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď

0 bodov za nesprávnu odpoveď

②

a) Označme si:

t_M	čas, za ktorý Montoya prejde boxami
t_B	čas, ktorý Montoya stojí v boxoch
t_S	čas, za ktorý Schumacher prejde cieľovou rovinkou
Δt	časový odstup Montoyu a Schumachera
v_M	rýchlosť Montoyu v boxoch
v_S	rýchlosť Schumachera na cieľovej rovinke
d	dĺžku cieľovej rovinky

Vypočítajme si, koľko sekúnd bude ktorý pretekár potrebovať na to, aby sa dostal na koniec cieľovej rovinky po tom, ako Montoya vojde do boxov. Montoya prejde boxmi a ostane na 8 sekúnd stáť, teda Montoyov celkový čas vypočítame takto:

$$t_1 = d / v_M + t_B$$

$$\text{Pričom } v_M = 80 \text{ km/h} = 80 / 3,6 \text{ m/s}$$

$$t_1 = (400 \text{ m} / 80 \text{ m/s}) / 3,6 + 8 \text{ s} = 18 \text{ s} + 8 \text{ s} = 26 \text{ s}$$

Montoya bude na prejazd boxami potrebovať 26 s.

Schumacher v momente, keď Montoya vojde do boxov, potrebuje 34 s na to, aby sa dostal na začiatok cieľovej rovinky. Navyše musí rovinkou aj prejsť. Čas, ktorý na to potrebuje teda vypočítame takto:

$$t_2 = t_M + t_B = d / v_S + \Delta t$$

$$\text{Pričom } v_S = 300 \text{ km/h} = 300 / 3,6 \text{ m/s}$$

$$t_2 = (400 \text{ m} / 300 \text{ m/s}) / 3,6 + 34 \text{ s} = 4,8 \text{ s} + 34 \text{ s} = 38,8 \text{ s}$$

Schumacher sa na koniec cieľovej rovinky dostane za 38,8 s. Keďže jeho čas je väčší, **Montoya sa stihne vrátiť na trať pred Schumachera.**

b) Označme si:

v_{80}	rýchlosť Montoyu v boxoch 80 km/h
v_{120}	rýchlosť Montoyu v boxoch 120 km/h
d	dĺžku cieľovej rovinky
t_{80}	čas, za ktorý Montoya prejde boxami rýchlosťou 80 km/h
t_{120}	čas, za ktorý Montoya prejde boxami rýchlosťou 120 km/h
Δt	časový rozdiel

Nakoľko výmena pneumatík a dotankovanie budú v oboch prípadoch rovnaké, čas potrebný na zastávku výsledok neovplyvní. Časový rozdiel teda vypočítame

$$\Delta t = t_{80} - t_{120} = d / v_{80} - d / v_{120}$$

$$\text{Pričom } v_{80} = 80 \text{ km/h} = 80 / 3,6 \text{ m/s} \text{ a } v_{120} = 120 \text{ km/h} = 120 / 3,6 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = (400 \text{ m} / 80 \text{ m/s}) / 3,6 - (400 \text{ m} / 120 \text{ m/s}) / 3,6 = 18 \text{ s} - 12 \text{ s} = 6 \text{ s}.$$

Ak by bola povolená rýchlosť v boxoch 120 km/h, Montoya by ušetril pri návšteve boxov 6 sekúnd.

Správna odpoveď: a) A

b) 6 sekúnd

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③

a) Označme si:

t_Z	čas, za ktorý prejdú prvý úsek cesty
t_D	čas, ktorý pôjdu po diaľnici
t_K	čas, za ktorý prejdú posledný úsek cesty
t_C	čas, ktorý budú stáť na hranici
t	čas potrebný na cestu
s_Z	dĺžka prvého úseku cesty
s_D	dĺžka diaľnice
s_K	dĺžka posledného úseku cesty
d	dĺžka cesty zo Žiliny do letoviska
v_Z	rýchlosť na prvom úseku cesty
v_D	rýchlosť na diaľnici
v_K	rýchlosť na poslednom úseku cesty

Celkový čas potrebný na cestu vypočítame tak, že sčítame všetky časy na jednotlivých úsekoch, teda:

$$t = t_Z + t_D + t_K + t_C = s_Z / v_Z + s_D / v_D + s_K / v_K + t_C$$

$$\text{Pričom po diaľnici prejdú } 950 \text{ km} - 70 \text{ km} - 60 \text{ km} = 820 \text{ km}$$

$$t = 70 \text{ km} / 70 \text{ km/h} + 820 \text{ km} / 120 \text{ km/h} + 60 \text{ km} / 40 \text{ km/h} + 0,5 \text{ h}$$

$$t = 1 \text{ h} + 21/6 \text{ h} + 1,5 \text{ h} + 0,5 \text{ h} = 9 \text{ h } 50 \text{ min}$$

Kováčovci prišli do letoviska za 9 h 50 minút, teda o 8:20 hod.

b) Označme si:

v	priemerná rýchlosť
d	dĺžka cesty z letoviska do Žiliny
t	čas potrebný na cestu

Ak vyrazili o 10:15 hod. a do Žiliny prišli o 22:45 hod, potom cestovali

$$22 - 10 = 12 \text{ h}$$

$$45 - 15 = 30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$$

Potom priemernú rýchlosť vypočítame:

$$v = d / t$$

$$v = 950 \text{ km} / 12,5 \text{ h} = 76 \text{ km/h}$$

Cestou späť bola ich priemerná rýchlosť 76 km/h

Správna odpoveď: a) o 8 hod 20 min

b) 76 km/h

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď 9 hod 50 minút v a)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④

a) Označme si:

m_I	hmotnosť Igora
m_J	hmotnosť Joža
d	vzdialenosť medzi sedadlami.
x	poradie sedadla, na ktorom sedí Igor, keď nastane rovnováha od opory

Vieme, že rovnováha na páke (hojdačke) nastane v prípade ak platí $m_1 \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2$, v našom prípade ak $m_I \cdot 5 \cdot d = m_J \cdot x \cdot d$.