



<http://www.p-mat.sk/fyziq>

kat. K**Vzorové riešenia****2. séria zimnej časti pre žiakov kvarty OG**

① a) Označme si hmotnosť závažia zaveseného na lane ako m_L a hmotnosť závažia zaveseného na voľnej kladke ako m_V . Voľná kladka s telesom je v rovnovážnej polohe ak platí, že na voľnom konci zvislého lana pôsobí ťahová sila rovnajúca sa polovici gravitačnej sily, ktorou Zem pôsobí na teleso zavesené na kladke. Pevná kladka je v rovnovážnej polohe, keď na oboch koncoch lana pôsobia rovnako veľké sily. Na pravom konci lana pôsobí gravitačná sila $F_1 = m_L \cdot g$. Na upevnený koniec špagáta pôsobí sila $F_2 = m_V \cdot g / 2$ smerom hore. Aby obe kladky boli v rovnováhe, musí platiť $F_1 = F_2$. Ak tieto sily dáme do rovnosti zistíme, že $m_L \cdot g = m_V \cdot g / 2$. A teda aby sústava bola v rovnováhe, musí byť hmotnosť závažia zaveseného na lane **C: dvakrát menšia než** hmotnosť závažia zaveseného na voľnej kladke.

b) Ťahová sila je sila, ktorou ťaháme upevnené lano. Ak je hmotnosť závažia zaveseného na lane 2 kg, ťaháme lano silou $F = m \cdot g = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 20 \text{ N}$. To je sila, ktorou je špagát napínaný.

Správna odpoveď: a) C b) 20 N

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď 19,6 N alebo 0 N alebo 40 N v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

② a) Keď Táňa dvíhala vedierko s loptičkami pomocou kladky, zvýšila jeho potenciálnu energiu. Tento rozdiel potenciálnej energie vedierka s loptičkami pred a po dvíhaní je práca, ktorú Táňa vykonala. Potenciálna energia vedierka s loptičkami pred dvíhaním bola vzhľadom na zem nulová. Potenciálna energia vedierka s loptičkami vzhľadom na Zem po dvíhaní sa zvýšila na $m \cdot g \cdot h = (0,3 \text{ kg} + 2 \cdot 0,1 \text{ kg}) \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,5 \text{ m} = 2,5 \text{ J}$. Kaťa zdvihla vedierko s loptičkami do rovnakej výšky. Preto **A: vykonali Táňa a Kaťa rovnakú prácu.**

b) Keď Táňa dvíhala vedierko a jednu loptičku, vykonala prácu $m \cdot g \cdot h = (0,3 \text{ kg} + 0,1 \text{ kg}) \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 1 \text{ m} = 4 \text{ J}$. Keď dvíhala vedierko a dve loptičky, vykonala prácu $m \cdot g \cdot h = (0,3 \text{ kg} + 2 \cdot 0,1 \text{ kg}) \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,5 \text{ m} = 2,5 \text{ J}$. Výkon je podiel práce a času, počas ktorého bola vykonaná práca. V oboch prípadoch trvalo dvíhanie rovnako. Ale pri dvíhaní jednej loptičky a vedierka vykonala Táňa väčšiu prácu než pri dvíhaní dvoch loptičiek a vedierka. Teda **B: Táňa výkon bol väčší pri dvíhaní jednej loptičky.**

Správna odpoveď: a) A b) B

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

③ a) Označme si vzdialenosť, ktorú precestovala rodina Slniečková na návštevu, ako s , dobu jazdy (bez prestávky) starého auta ako t_S , dobu jazdy nového auta ako t_N , rýchlosť starého auta ako v_S a rýchlosť nového auta v_N . Zo zadania úlohy vieme, že staré auto došlo do cieľa o 20 minút neskôr ako nové auto, teda $t_S = t_N + 20 \text{ min}$. Teraz si vypočítame rýchlosť nového auta: $v_N = v_S + 2 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h} + 7,2 \text{ km/h} = 79,2 \text{ km/h}$. Ďalej vieme, že obe auta prešli rovnakú vzdialenosť s . To znamená že, platí $s = v_S \cdot t_S = v_N \cdot t_N$. Keď dosadíme, všetky známe údaje do poslednej rovnice dostaneme rovnicu $72 \text{ km/h} \cdot (t_N + 1/3 \text{ h}) = 79,2 \text{ km/h} \cdot t_N$. Táto rovnica sa dá upraviť na tvar $1/3 \text{ h} \cdot 72 \text{ km/h} =$

7,2 km. t_N . A teda $t_N = 1/3 \text{ h} \cdot 7,2 \text{ km/h} / 7,2 \text{ km} = 10/3 \text{ h}$. S pomocou t_N už vieme vypočítať vzdialenosť s : $s = v_N \cdot t_N = 79,2 \text{ km/h} \cdot 10/3 \text{ h} = 264 \text{ km}$.

Rodina Slniečková precestovala cestou na návštevu **264 km**.

b) Priemerná rýchlosť je podielom celkovej prejdenej vzdialenosti a celkovej doby trvania cesty (vrátane prestávok). Vypočítajme si najprv celkovú dobu t trvania cesty starého auta. $t = t_S + 1/2 \text{ h} = t_N + 1/3 \text{ h} + 1/2 \text{ h} = 10/3 \text{ h} + 5/6 \text{ h} = 25/6 \text{ h}$. Teraz si už môžeme vypočítať priemernú rýchlosť v_{PR} starého auta: $v_{PR} = s/t = 264 \text{ km} / 25/6 \text{ h} = 63,36 \text{ km/h} = 17,6 \text{ m/s}$.

Priemerná rýchlosť starého auta bola **17,6 m/s**.

Správna odpoveď: a) **264 km** b) **17,6 m/s**

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
1 bod za odpoveď v intervale 263,9 až 264 km v a)
1 bod za odpoveď 20 m/s v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď

④ Označme si hmotnosť závažia, zaveseného vľavo na špagáte, ako m_L , hmotnosť závažia ponoreného do vody ako m_P , objem závažia ponoreného do vody ako V_P , hustotu závažia ponoreného do vody ako ρ_P . Ak je sústava v rovnováhe, pôsobí na každý koniec špagátu rovnaká sila. Zo zákona vzájomného pôsobenia telies vyplýva, že sila, ktorou špagát pôsobí na závažie, a sila, ktorou závažie pôsobí na špagát, sú rovnako veľké a opačne orientované. Na závažie zavesené vľavo pôsobí špagát a gravitačná sila. Keďže závažie sa nehýbe, sú tieto sily rovnako veľké a opačne orientované. To znamená, že na ľavý koniec špagátu pôsobí sila $F_L = m_L \cdot g$. Na závažie ponorené do vody pôsobí špagát, gravitačná sila a vztlaková sila. Keďže závažie sa nehýbe, sú sila, ktorou pôsobí špagát a výslednica gravitačnej a vztlakovej sily rovnako veľké a opačne orientované. To znamená, že na pravý koniec špagátu pôsobí sila $F_P = m_P \cdot g - V_P \cdot \rho_{vody} \cdot g$. Ak sa majú F_P a F_L rovnať, platí $m_L \cdot g = m_P \cdot g - V_P \cdot \rho_{vody} \cdot g$. V_P môžeme zapísať aj ako podiel m_P / ρ_P . Poslednú rovnicu teda môžeme upraviť na tvar: $m_L \cdot g = m_P \cdot g - (m_P / \rho_P) \cdot \rho_{vody} \cdot g$. Z tejto rovnice už môžeme vyjadriť hmotnosť m_P závažia ponoreného do vody:

$$m_P = m_L \cdot \rho_P / (\rho_P - \rho_{vody})$$

a) Zo zadania úlohy vieme, že $m_L = 1,7 \text{ kg}$, $\rho_P = 2700 \text{ kg/m}^3$ a $\rho_{vody} = 1000 \text{ kg/m}^3$. Hmotnosť hliníkového závažia je teda $m_P = m_L \cdot \rho_P / (\rho_P - \rho_{vody}) = 1,7 \text{ kg} \cdot 2700 \text{ kg/m}^3 / (2700 \text{ kg/m}^3 - 1000 \text{ kg/m}^3) = 1,7 \text{ kg} \cdot 2700 \text{ kg/m}^3 / 1700 \text{ kg/m}^3 = \mathbf{2,7 \text{ kg}}$.

b) Porovnajme hmotnosti hliníkového a železného závažia, pri ktorom nastane rovnováha. Ak je vľavo na špagáte zavesené závažie s hmotnosťou m_L , rovnováha nastane pri hliníkovom závaží s hmotnosťou $m_P = m_L \cdot \rho_P / (\rho_P - \rho_{vody}) = m_L \cdot 2700 \text{ kg/m}^3 / (2700 \text{ kg/m}^3 - 1000 \text{ kg/m}^3) = m_L \cdot 2,7 / 1,7 = 1,59 m_L$. Ak je vľavo na špagáte zavesené závažie s hmotnosťou m_L , rovnováha nastane pri železnom závaží s hmotnosťou $m_P = m_L \cdot \rho_P / (\rho_P - \rho_{vody}) = m_L \cdot 7860 \text{ kg/m}^3 / (7860 \text{ kg/m}^3 - 1000 \text{ kg/m}^3) = m_L \cdot 7860 / 6860 = 1,15 m_L$. Platí teda **B: Hmotnosť hliníkového závažia pri ktorom nastane rovnováha, je väčšia než hmotnosť železného závažia, pri ktorom nastane rovnováha.**

Správna odpoveď: a) **2,7 kg** b) **B**

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
0 bodov za nesprávnu odpoveď

⑤ **a)** Ak sú body **A** a **B** rovnako ďaleko od bodu, v ktorom je hojdačka podopretá a v týchto bodoch pôsobia sily, môžeme hojdačku považovať za rovnoramennú páku. Aby hojdačka bola v rovnováhe, musia sa sily pôsobiace v bodoch A a B rovnať. Aby mamička dokázala hojdať dieťa, musí byť sila, ktorou dieťa pôsobí na hojdačku menšia než sila F, ktorou pôsobí mamička. Dieťa hmotnosti m pôsobí silou $F_g = m \cdot g$. Platí teda $F_g < F$ a teda $m < F / g = 200 \text{ N} / 10 \text{ N/kg} = 20 \text{ kg}$. Mamička dokáže hojdať dieťa hmotností **menšej ako 20 kg**.

b) Potenciálna energia dieťaťa hmotnosti m , ktoré sa nachádza vo výške h nad zemou, vzhľadom na zem je $m \cdot g \cdot h$. Keď bolo dieťa vo výške 10 cm nad zemou, bola jeho potenciálna energia vzhľadom na zem $15 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,1 \text{ m} = 15 \text{ J}$. Keď sa ocitlo vo výške 40 cm, bola jeho potenciálna energia $15 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,4 = 60 \text{ J}$. Práca, ktorú vykonala mamička, zvýšila potenciálnu energiu dieťaťa. Mamička teda vykonala prácu $60 \text{ J} - 15 \text{ J} = \mathbf{45 \text{ J}}$.

Správna odpoveď: a) **20 kg** b) **45 J**

Bodovanie: 2 body za správnu odpoveď
2 body za výsledok v intervale 19 - 19,99 kg v a)
2 body za 19,9 kg alebo <20 kg v a)
1 bod za výsledok 20,41 v a)
1 bod za výsledok 44,1 J v b)
0 bodov za nesprávnu odpoveď